

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
математико-механический факультет

Вариант 1

1. Для каких действительных значений a каждое решение неравенства $\left(\frac{2}{5}\right)^{x^2+1} \geq \left(\frac{25}{4}\right)^{a-3x}$ является решением неравенства $x^2 - 6x + 4 < a^2$?
2. Решите уравнение $1 + \log_{x-2}(4x-11) = 2 \log_{4x-11}(4x^2 - 19x + 22)$.
3. Решите уравнение $2 \sin x = \sqrt{4 + \cos 3x}$.
4. В равнобедренной трапеции, описанной около окружности радиуса R , отношение длин боковой стороны и большего основания есть заданное число K . Найдите длину меньшего основания.
5. Две секущие плоскости расположены симметрично относительно центра шара радиуса R . Найдите множество возможных значений отношения площади полной поверхности шара, заключенной между обеими плоскостями, к площади поверхности шара. Считая, что это отношение равно $\frac{7}{8}$, определить расстояние от центра шара до секущей плоскости.

Вариант 2

1. Для каких действительных значений a каждое решение неравенства $x^2 \geq x + a^2$ является решением неравенства $\left(\frac{4}{5}\right)^{x^2-2x} \leq \left(\frac{5}{4}\right)^{a+x}$?
2. Решите уравнение $1 + \log_{x+2}(3x+10) = \log_{\sqrt{3x+10}}(3x^2 + 16 + 20)$.
3. Решите уравнение $\sqrt{3 \sin x(1 - \sin x)} = \sin 2x$.
4. Найдите расстояние от вершины равнобедренной трапеции до точки пересечения прямых, продолжающих боковые стороны трапеции, если известно что в трапеции можно вписать окружность, отношения длин оснований есть заданное число K , а длина средней линии равна L .
5. Найдите множество возможных значений отношений объема конуса, вписанного в шар радиуса R , к объему шара. Считая, что это отношение равно наибольшему из возможных значений, определить расстояние от центра шара до основания конуса.

Вариант 1

1. В математической модели экономического роста хозяйства, производящего некоторый продукт для потребления и увеличения запасов основных фондов, P (ежедневного потребления продукта на душу занятых в производстве) и x (число занятых в производстве рабочих) связаны функциональной зависимостью $P = \frac{x(M-x)-b}{x}$, где M, b — постоянные, характеризующие производительные возможности хозяйства. При $M = 250, P = 8464$ определите число рабочих, соответствующее наибольшему значению P , в хозяйствах с 80, 90, 120 и 150 рабочими местами.
2. Решите неравенство $x > \log_{\frac{1}{2}}(4-x) + \log_2(6^x + (x-1)2^x)$.
3. Решите уравнение $2 + \sin x = \frac{3(1 + \cos x)}{\sin x}$.
4. Средняя линия трапеции делится одной из диагоналей в отношении k и делит трапецию на две части, меньшая из которых — площади S . Найдите площадь трапеции.
5. В правильной шестиугольной пирамиде угол между смежными боковыми гранями равен b , а сторона основания равна a . Найдите площадь диагонального сечения пирамиды, содержащего центр основания. (Диагональным сечением называется сечение пирамиды плоскостью, проходящей через два боковых ребра, не лежащих в одной грани.)

Вариант 2

1. В трудовом коллективе заработная плата каждого рабочего Q (рублей) и число занятых в производстве рабочих x связаны соотношением $Q = \frac{Lx - x^3 - a}{x}$, где L, a — постоянные, характеризующие производственные возможности коллектива. Согласно «золотому правилу роста» x следует определять так, что Q принимало наибольшее из возможных значений. При $L = 1500, a = 16000$ найти по указанному правилу число рабочих, если дополнительно известно, что трудовой коллектив располагает N рабочими местами ($N = 15, 18, 25$).
2. Решите неравенство $2x \leq \log_{\frac{1}{5}}(2^{2x} + x - 5) + \log_5 10^{2x}$.
3. Решите уравнение $3 + 2 \cos x = \frac{5(1 - \sin x)}{\cos x}$.
4. В равнобедренной трапеции точка пересечения диагоналей делит диагонали в отношении k , а площадь треугольника, образованного диагональю, боковой стороны и большим основанием, равна S . Найдите площадь трапеции.
5. В правильной четырехугольной пирамиде угол между смежными боковыми гранями равен L , а сторона основания равна a . Найдите площадь диагонального сечения пирамиды. (Диагональным сечением называется сечение пирамиды плоскостью, проходящей через два боковых ребра, не лежащих в одной грани.)

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
физический факультет

Вариант 1

1. Определите a так, чтобы сумма квадратов всех решений уравнения $2\log|x-1| - \log_a x = 1$ равнялась 34.
2. Решите неравенство $4x - \sqrt{(6-x)(7-3x)} > 0$.
3. Решите уравнение $\sin^2 2x - 2\cos 2x = 1 + 4\sin^4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.
4. В равнобедренной трапеции боковая сторона равна a , а диагональ l делит площадь трапеции в отношении $\frac{3}{5}$. Найдите основания трапеции.
5. В правильной треугольной пирамиде боковая грань образует угол α с плоскостью основания. Найдите величину двугранного угла, образованного двумя боковыми гранями.

Вариант 2

1. Определите a так, чтобы сумма квадратов всех решений уравнения $\log_a |x-2a| + \log_a x = 2$ равнялась 4.
2. Решите неравенство $2(2-x) - \sqrt{24+2x-x^2} > 0$.
3. Решите уравнение $\frac{2}{\sqrt{3}}\cos 2x + \sin^2 2x = 1 + 4\cos^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
4. Средняя линия трапеции, равная l , делит площадь трапеции в отношении $\frac{3}{5}$. Найдите основания трапеции.
5. В правильной четырехугольной пирамиде боковая грань образует угол α с плоскостью основания. Найдите величину двугранного угла, образованного двумя боковыми гранями.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
химический факультет

Вариант 1

1. В лаборатории имеется смесь, общий вес которой на 3,3 кг больше веса содержащегося в ней титана. Определите общий вес смеси и процентное содержание титана, если известно, что при добавлении 2 кг новой смеси, содержащей 25% титана, получается смесь, содержащая 20% титана.
2. Вычислите отрицательный коэффициент b и корни уравнения $x^2 - b^2x - 1 = 0$, если известно, что с увеличением каждого из этих корней на 1, они становятся корнями уравнения $x^2 - b^2x - b = 0$.
3. Решить уравнение $\sin 2x + \sin 4x = \sin x + 2 \cos x \sin 4x$.
4. Три круга радиусов $r, \frac{3}{2}r, \frac{3}{2}r$, расположены на плоскости так, что каждый два из них касаются друг друга внешним образом (имеют только одну общую точку). Определите радиус круга, в который вписана данная система трех кругов.
5. Основанием пирамиды является прямоугольник, у которого меньшая сторона равна a , а острый угол между диагоналями — α . Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом β . Найдите объем пирамиды.

Вариант 2

1. В лаборатории имеются два ящика порошка. Известно, что порошок в одном ящике содержит 20% железа, а в другом — 12%. Сколько нужно взять порошка из каждого ящика, чтобы получить 3,2 кг порошка, содержащего 15% железа.
2. Вычислите положительный коэффициент b и корни уравнения $x^2 + bx - 2 = 0$, если известно, что с увеличением каждого из этих корней на 1, они становятся корнями уравнения $x^2 + b^2x + b - 1 = 0$.
3. Решить уравнение $\cos 5x - \sin 2x = \cos x - 2 \sin x \cos 5x$.
4. Три круга радиусов $R, 4R, 4R$, расположены на плоскости так, что каждый два из них касаются друг друга внешним образом (имеют только одну общую точку). Определите радиус круга, касающегося внешним образом каждого из трех кругов.
5. Основание пирамиды является ромб с острым углом при вершине α и со стороной a . Все боковые грани наклонены к основанию под углом β . Найдите объем пирамиды.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
геологический факультет,
географический факультет,
филологический факультет (отделение математической лингвистики)

Вариант 1

1. Пешеход и велосипедист отправляются из пункта A в пункт B . Скорость пешехода 5 км/ч. После того как он прошел 8 км, его догоняет велосипедист, выехавший на 1 час 16 минут позднее. Новая встреча происходит через 24 минуты с момента, когда пешеход, пройдя еще 8 км, останавливается на отдых, а велосипедист, доехав до пункта B , после 20 -минутной остановки в B возвращается из B в A . Найдите расстояние между A и B и скорость велосипедиста.
2. Решите уравнение $\cos^2 5x + \cos^2 x + \cos 6x = 1$.
3. а) Решите уравнение $18x^2 + \frac{2}{x^2} = 16 - 3x - \frac{1}{x}$ (для геологического факультета).
б) Решите неравенство $18x^2 + \frac{2}{x^2} \leq 16 - 3x - \frac{1}{x}$ (для географического факультета и отделения математической лингвистики).
4. а) Изобразите на плоскости множество точек $M(x; y)$, для которых $|x + y| \geq 2$ и $x^2 + y^2 \leq 2(1 + x + y)$, и вычислите его площадь (для геологического и географического факультета).
б) В прямоугольнике сумма длин диагонали и одной стороны равна l , а сумма длин диагонали и другой стороны равна p ($p < l$). Найдите площадь прямоугольника (для отделения математической лингвистики).
5. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен 90° , а площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через одну из вершин основания и середины противоположной этой вершине боковых ребер, равна 6 см². Найдите объем пирамиды.

Вариант 2

1. Автомобиль и автобус выезжают из пункта A в пункт B . Их скорости равны 90 км/ч и 60 км/ч соответственно, а разница во времени отправления из пункта A такова, что в B они должны прибыть одновременно. Пройдя $\frac{2}{3}$ пути, автобус уменьшает свою скорость до 45 км/ч и вследствие этого автомобиль обгоняет автобус на расстоянии $17,5$ км от пункта B . Найдите расстояние между A и B .
2. Решите уравнение $\sin^2 5x = \sin 4x + \sin 2x$.
3. а) Решите уравнение $4x^2 + \frac{1}{x^2} = 2x + 6 - \frac{1}{x}$ (для геологического факультета).
б) Решите неравенство $4x^2 + \frac{1}{x^2} \leq 2x + 6 - \frac{1}{x}$ (для географического факультета и отделения математической лингвистики).
4. а) Изобразите на плоскости множество точек $M(x; y)$, для которых $|x + y| \geq 3$ и $x^2 + y^2 \leq 2(2 - x + 2y)$, и вычислите его площадь (для геологического и географического факультета).
б) В прямоугольнике с периметром $2P$ радиус окружности, касательной к одной стороне прямоугольника и проходящей через его две вершины, равен $P/2$. Найдите площадь прямоугольника (для отделения математической лингвистики).
5. В правильной треугольной пирамиде плоский угол при вершине равен 90° , а площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середину двух боковых ребер и параллельной третьему боковому ребру, равна $9\sqrt{2}$ см². Найдите объем пирамиды.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
факультет психологии,
экономический факультет
(отделения экономической кибернетики и ЭИР)

Вариант 1

1. Определите год рождения одного из основоположников науки нового времени, если известно, что сумма цифр его года рождения равна 21, а если к году рождения прибавить 5355, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.
2. а) В зависимости от параметра a расположите в порядке возрастания числа 4, 1 и корни уравнения $x^2 - 2ax + 2a^2 - 4a + 3 = 0$ (для факультета психологии).
б) Для каких значений параметра a число 1 лежит между корнями уравнения $x^2 - 2ax + 2a^2 - 4a + 3 = 0$ (для экономического факультета).
3. а) На отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ решите неравенство $\sin 4x + \sin 3x \leq \sin 2x - 2\sin x$ (для факультета психологии и отделения экономической кибернетики).
б) Решите уравнение $\operatorname{tg}^2 x - 20\cos^2 x + 2 = 0$ (для отделения ЭИО).
4. Найдите длину стороны квадрата, вписанного в равнобедренный треугольник с основанием a и боковой стороной b так, что две его вершины лежат на основании, а две другие вершины — на боковых сторонах.
5. В правильной треугольной пирамиде по стороне основания a и величине α двугранного угла, образованного двумя боковыми гранями, определите длину бокового ребра.

Вариант 2

1. Определите год рождения одного из великих русских ученых, если известно, что сумма цифр его года рождения делится на 5, а если к году рождения прибавить 7452, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке.
2. а) В зависимости от параметра b расположите в порядке убывания числа -4 , 0 и корни уравнения $x^2 + 2bx + 2b^2 - 4b = 0$ (для факультета психологии).
б) Для каких значений параметра b число -4 лежит между корнями уравнения $x^2 + 2bx + 2b^2 - 4a = 0$ (для экономического факультета).
3. а) На отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ решите неравенство $\sin 5x + 3\cos 2x \geq \sin 4x - \sin x$ (для факультета психологии и отделения экономической кибернетики).
б) Решите уравнение $3\operatorname{tg}^2 x + 4\sin^2 x - 2 = 0$ (для отделения ЭИО).
4. Найдите длину стороны квадрата, вписанного в прямоугольный треугольник с катетами a и b так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие вершины — на катетах.
5. В правильной четырехугольной пирамиде по стороне основания a и боковому ребру l определите величину двугранного угла, образованного двумя смежными боковыми гранями.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
биолого-почвенный факультет

Вариант 1

1. В совхозе имеются две теплицы общей площадью в 160 м^2 . В 1-й теплице собрали 1800 кг огурцов, а во 2-й — 1300 кг , причем во 2-й теплице с 1 м^2 собрали на 4 кг огурцов больше, чем с 1 м^2 в 1-й теплице. Сколько собрали огурцов с 1 м^2 в той и другой теплице?
2. а) Решите уравнение $\log_{2\cos x}(7 - 3\text{tg}^2 x - 6\cos 2x) = 2$.
б) Решите уравнение $7 - 3\text{tg}^2 x - 6\cos 2x = 4\cos^2 x$ (для отделения почвоведения).
3. а) Решите неравенство $\sqrt{3^{1-x} - \frac{24}{1-3^x}} < \sqrt{9 - \frac{8}{1-3^x}}$.
б) Решить уравнение $\sqrt{3^{1-x} - \frac{24}{1-3^x}} = \sqrt{9 - \frac{8}{1-3^x}}$ (для отделения почвоведения).
4. В квадрате $ABCD$ со стороной a точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно. Точка K лежит на CF , точка N — на AD , а отрезки EF и KN пересекаются в точке M . Найдите площадь треугольника KFM , если известно, что $\frac{CK}{KF} = \frac{1}{5}$, а площадь трапеции $EMNA$ составляет $\frac{3}{10}$ площади квадрата.
5. Угол между прямой и плоскостью равен α , проекция прямой на плоскости образует угол β с другой прямой, лежащей в этой плоскости. Найдите угол между прямыми.

Вариант 2

1. В совхозе имеются две теплицы. В 1-й теплице собрали 1080 кг помидоров, а во 2-й — 980 кг , причем во 2-й теплице с 1 м^2 собрали на 4 кг помидоров больше, чем с 1 м^2 в 1-й теплице, а площадь 2-й теплицы на 20 м^2 меньше площади 1-й теплицы. Какова площадь каждой теплицы?
2. а) Решите уравнение $\log_{2\sin x}(3\text{tg}^2 x + 2\cos 2x - 1) = 2$.
б) Решите уравнение $3\text{tg}^2 x + 2\cos 2x - 1 = 4\sin^2 x$ (для отделения почвоведения).
3. а) Решите неравенство $\sqrt{2^{2-x} - \frac{12}{1-2^x}} < \sqrt{8 + \frac{9}{1-2^x}}$.
б) Решить уравнение $\sqrt{2^{2-x} - \frac{12}{1-2^x}} = \sqrt{8 + \frac{9}{1-2^x}}$ (для отделения почвоведения).
4. В равнобедренном треугольнике ABC со стороной a точки E и D являются серединами сторон AC и BC соответственно. Точка K лежит на CD , точка N — на AB , а отрезки ED и KN пересекаются в точке M . Найдите площадь треугольника DKM , если известно, что $\frac{DK}{CK} = \frac{1}{4}$, а площадь трапеции $ANME$ составляет $\frac{5}{16}$ площади треугольника ABC .
5. Угол между двумя прямыми равен α , а проекция первой прямой на плоскость, содержит вторую прямую, образует со второй прямой угол β . Найдите угол между первой прямой и плоскостью.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1985 год
экономический факультет
(отделения политэкономии и прикладной социологии)

Вариант 1

1. Разница в стоимости двух кусков ткани одинаковой длины составляет 34 руб. 40 коп. Известно, что стоимость 5 м более дорогой ткани на 13 руб. больше стоимости 3 м более дешевой ткани, а 4 м более дорогой ткани и 2 м более дешевой стоят 30 руб. 20 коп. Найдите длину обоих кусков и цену 1 м каждой ткани.
2. Решите уравнение $\log_5(x-5) \cdot \log_{\sqrt{x+7}} 5 = 1$.
3. Решите уравнение $\cos x - 3 \cos 2x = 3 + \cos 3x$.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_3 y - x = 3, \\ y^x = 81. \end{cases}$$
5. Изобразите на плоскости множество точек $M(x; y)$, для которых $x^2 + y^2 \leq 6y$, $|x| \leq |y-3|$ и вычислите его площадь.

Вариант 2

1. Два куска ткани стоят 496 руб. 40 коп.. Стоимость 5 м более дешевой ткани на 40 коп. больше стоимости 4 м более дорогой ткани, а 4 м более дешевой ткани и 5 м более дорогой вместе стоят 52 руб. 80 коп. Известно также, что дешевой ткани имеется на 4 м больше, чем дорогой. Найдите длину обоих кусков.
2. Решите уравнение $\log_3(x-3) \cdot \log_{\sqrt{x+5}} 3 = 1$.
3. Решите уравнение $3 \cos 2x - \sin x = 3 \sin 3x$.
5. Изобразить на плоскости множество точек $M(x; y)$, для которых $x^2 + y^2 \leq 4x$, $|y| \geq |2-x|$ и вычислите его площадь.

Ответы к вариантам

Математико-механический факультет

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $a \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
2. Ответ: $\{5\}$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $2R\sqrt{2k-1}$, $\frac{1}{2} < k < 1$.
5. Ответ: $\left[\frac{1}{2}; 1 \right]; \frac{R}{2}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $a \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.
2. Ответ: $\left\{ \frac{\sqrt{7}-8}{3}; 2 \right\}$.
3. Ответ: $\left\{ \pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\frac{l}{1-k}, \frac{kl}{1-k}$, если $0 < k < 1$; $\frac{kl}{k-1}, \frac{l}{k-1}$, если $k > 1$.
5. Ответ: $\left(0; \frac{8}{27} \right]; \frac{R}{3}$.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: 80, 90, 92, 92 рабочих.
2. Ответ: $(0; 1)$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\frac{4(k+1)}{3k+1}S$, если $0 < k < 1$; $\frac{4(k+1)}{3+k}S$, если $k > 1$.
5. Ответ: $\frac{\sqrt{3} \cos \frac{\beta}{2}}{\sqrt{-(1+2 \cos \beta)}} a^2$, $\frac{2\pi}{3} < \beta < \pi$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: 15, 18, 20 рабочих.
2. Ответ: $(1; 5]$.
3. Ответ: $\{2\pi k : k \in \mathbb{Z}\}$.
4. Ответ: $(k+1)S$, если $0 < k < 1$; $\frac{k+1}{k}S$, если $k > 1$.
5. Ответ: $\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{2\sqrt{-\cos \alpha}} a^2$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $a = 4$.
2. Ответ: $\left(-3; \frac{7}{3}\right] \cup [6; +\infty)$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{5}\sqrt{l^2 - c^2}; \frac{\sqrt{15}}{3}\sqrt{l^2 - c^2}, l > c$.
5. Ответ: $\arccos \frac{1 - 3\cos^2 \alpha}{2}, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $a = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$.
2. Ответ: $\left[-4; -\frac{2}{5}\right)$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{12} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\frac{l}{2}, \frac{3l}{2}$.
5. Ответ: $\pi - \arccos(\cos^2 \alpha)$.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: 4 кг; 17,5%.
2. Ответ: $b = -2$; $\{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$.
3. Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{5} + \frac{2\pi k}{5}; \frac{2\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $3r$.
5. Ответ: $\frac{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta}{6 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} a^3$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: 1,2 кг; 2 кг.
2. Ответ: $b = 2$; $\{-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$.
3. Ответ: $\left\{ (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi k}{3}; \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\frac{R}{3}$.
5. Ответ: $\frac{a^3}{6} \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: 32 км; 24 км/ч.

2. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

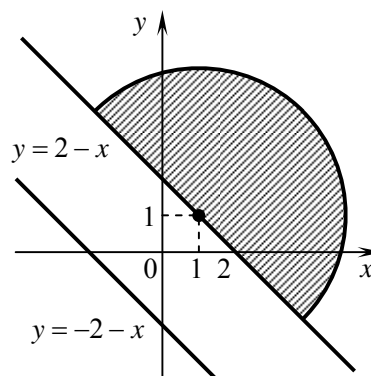
3. а) Ответ: $\left\{ -1; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right\}$.

б) Ответ: $\left[-1; -\frac{1}{3} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{2}{3} \right]$.

4. а) Ответ: искомое множество изображено на рисунке; его площадь равна 2π .

б) Ответ: $3pl - (p+l)\sqrt{2pl}$, $p < l < 2p$.

5. Ответ: $\frac{32}{3}$ см³.



Ответы к варианту 2

1. Ответ: 105 км.

2. Ответ: $\left\{ \frac{\pi k}{4}; \frac{\pi}{12} + \pi k; \frac{5\pi}{12} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

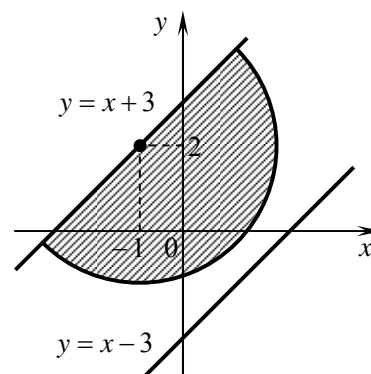
3. а) Ответ: $\left\{ -1; \frac{1-\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right\}$.

б) Ответ: $\left[-1; \frac{1-\sqrt{3}}{2} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right]$.

4. а) Ответ: искомое множество изображено на рисунке; его площадь равна $\frac{9}{2}\pi$.

б) Ответ: $\frac{4P^2}{25}$.

5. Ответ: 36 см³.



Ответы к варианту 1

1. Ответ: 1596 год.

2. а) Ответ: $x_1 = a - \sqrt{-a^2 + 4a - 3}$, $x_2 = a + \sqrt{-a^2 + 4a - 3}$, $1 \leq a \leq 3$. Если $1 \leq a \leq 2$, то $x_1 \leq 1 \leq x_2 \leq 4$;
если $2 < a \leq 3$, то $1 \leq x_1 \leq x_2 \leq 4$.

б) Ответ: $a \in [1; 2]$.

3. а) Ответ: $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

б) Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

4. Ответ: $\frac{a\sqrt{4b^2 - a^2}}{\sqrt{4b^2 - a^2} + 2a}$, $0 < \frac{a}{2} < b$.

5. Ответ: $\frac{a \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - 2 \cos \alpha}}$, $\frac{\pi}{3} < \alpha < \pi$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: 1829 год.

2. а) Ответ: $x_1 = -b - \sqrt{4b - b^2}$, $x_2 = -b + \sqrt{4b - b^2}$, $0 \leq b \leq 4$. Если $2 \leq b \leq 4$, то $x_1 \leq -4 \leq x_2 \leq 0$;
если $0 \leq b < 2$, то $-4 \leq x_1 \leq 0 \leq x_2$.

б) Ответ: $b \in [2; 4]$.

3. а) Ответ: $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$.

б) Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.

4. Ответ: $\frac{ab}{a^2 + ab + b^2} \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Ответ: $\pi - \arccos \frac{a^2}{4l^2 - a^2}$, $0 < \frac{a}{\sqrt{2}} < l$.

Ответы к варианту 1

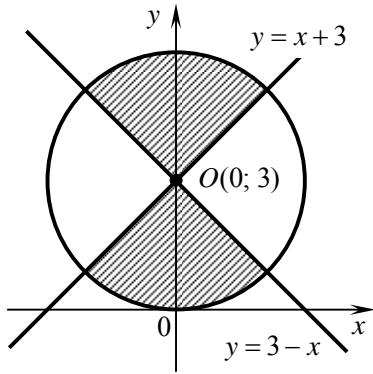
1. Ответ: 18 кг; 22 кг.
2. а) Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
б) Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
3. а) Ответ: $(1; +\infty)$.
б) Ответ: $\{-2; 1\}$.
4. Ответ: $\frac{5a^2}{96}$.
5. Ответ: $\arccos(\cos \alpha \cdot \cos \beta)$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: 90 м^2 ; 70 м^2 .
2. а) Ответ: $\left\{ (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
б) Ответ: $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + \pi k; \pm \frac{\pi}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
3. а) Ответ: $(-3; -2] \cup (2; +\infty)$.
б) Ответ: $\{-3; 2\}$.
4. Ответ: $\frac{\sqrt{3}a^2}{320}$.
5. Ответ: $\arccos\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta}\right)$.

Экономический факультет
(отделения политэкономии и прикладной социологии)

1. Ответ: 43 м; 5 руб. 30 коп.; 4 руб. 50 коп.
2. Ответ: $\{9\}$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\left\{ (1; 81); \left(-4; \frac{1}{3} \right) \right\}$.
5. Ответ: искомое множество изображено на рисунке; его площадь равна $\frac{9}{2}\pi$.



Ответы к варианту 2

1. Ответ: 41 м; 45 м.
2. Ответ: $\{-1\}$.
3. Ответ: $\left\{ \pi k; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\{(4; 3); (8; 2)\}$.
5. Ответ: искомое множество изображено на рисунке; его площадь равна 2π .

