Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Вариант 1

1. Решите неравенство $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+5}>\sqrt{3-x}+\sqrt{3x+6}$.
2. Решите уравнение $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\cos\frac{3}{x}$.
3. Решите неравенство $\log_{x+1}x-2\log_x(x+1)>1$.
4. Через некоторую точку внутри треугольника площади S проведены прямые, параллельные двум его сторонам. Площади треугольников, отсекаемых этими прямыми, равны S_1 и S_2. Найдите площадь треугольника, ограниченного этими прямыми и третьей стороной.
5. Шар касается основания правильной четырехугольной пирамиды объема V и ее боковых ребер. Найдите объем шара, если известно, что плоский угол при вершине пирамиды равен α.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+8}>\sqrt{7-x}+\sqrt{3x+6}$.
2. Решите уравнение $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{3}{x}$.
3. Решите неравенство $\log_{x-1}x-2\log_x(x-1)<1$.
4. Через некоторую точку внутри треугольника площади S проведены прямые, параллельные его сторонам. Площади треугольников, отсекаемых этими прямыми, равны S_1, S_2 и S_3. Найдите площадь исходного треугольника.
5. Шар объема V касается основания правильной треугольной пирамиды и ее боковых ребер. Найдите объем шара, если известно, что плоский угол при вершине пирамиды равен α.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
факультет психологии,
экономический факультет
(отделения ЭКиБ и ЭИР)

Вариант 1

1. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что произведение первого и третьего на 4 меньше, чем квадрат второго, а квадрат первого равен сумме второго и удвоенного третьего.
2. Решите неравенство $|x+1|+|x+3| \le \sqrt{x^2+8x+12}$.
3. Решите неравенство $\log_{x+4} \dfrac{x+2}{x+1} > 1$.
4. Решите уравнение $\sqrt{3}\cos^3 x - 3\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x + 1 = 0$.
5. Найдите объем правильной треугольной пирамиды с боковым ребром 1, угол между боковыми гранями которой равен γ, где $\dfrac{\pi}{3} < \gamma < \dfrac{\pi}{2}$.

Вариант 2

1. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что произведение первого и третьего на 9 меньше, чем квадрат второго, а квадрат первого на 1 меньше суммы второго и третьего.
2. Решите неравенство $|x-2|+|x-4| \le \sqrt{x^2-10x+21}$.
3. Решите неравенство $\log_{x+3} \dfrac{2x+2}{x-3} > 1$.
4. Решите уравнение $\sin^3 x - 3\sqrt{3}\sin^2 x - 3\sin x + \sqrt{3} = 0$.
5. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, ребро основания которой равно *a*, а угол между боковыми гранями равен γ, где $\gamma > \dfrac{\pi}{2}$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
факультет социологии,
экономический факультет
(отделения МЭО и ПЭК)

Вариант 1

1. Сумма четырех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 32. Найдите эти числа, если известно, что квадрат первого из них на 2 меньше суммы трех остальных чисел.
2. Решите неравенство $\frac{2x+1}{x+1} > \frac{x+4}{x-2}$.
3. Решите уравнение $3\sin x + 2\sin 2x = \sin 3x$.
4. Центр круга радиуса *r* расположен в вершине прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой *a*. Найдите площадь части треугольника, лежащей внутри этого круга.
5. Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$, для которых справедливо равенство $e^{2(x^2+1)} + 6e^{x^2+1} \cdot \cos(y^2 + xy) + 9 = 0$.

Вариант 2

1. Сумма четырех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 34. Найдите эти числа, если известно, что удвоенный квадрат первого из них на 2 больше суммы трех остальных чисел.
2. Решите неравенство $\frac{2x-1}{x-2} > \frac{x-1}{x+3}$.
3. Решите уравнение $-\cos 3x = 2\sin 2x + 3\cos x$.
4. Центр круга радиуса *r* расположен в одной из вершин равностороннего треугольника со стороной *a*. Найдите площадь части треугольника, лежащей вне этого круга.
5. Найдите все пары действительных чисел $(x; y)$, для которых справедливо равенство $e^{2(x^2-1)} - 4e^{x^2-1} \cdot \sin(y^2 - xy) + 4 = 0$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
физический факультет

Вариант 1

1. Решите неравенство $\log_{\frac{x+1}{2x-1}}(x^2+2x-1)>0$.
2. Решите неравенство $\left|\dfrac{x-1}{x+4}\right|>|3-x|$.
3. Решите уравнение $\cos^2 x+\cos^2 2x=\cos^2 3x+\cos^2 4x$.
4. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне, а меньшее основание равно b. Найдите боковую сторону, если известно, что она в m раз короче диагонали.
5. Через вершину конуса объема V под углом γ к его основанию проведена плоскость. Найдите периметр треугольника, получающегося в сечении конуса этой плоскостью, если известно, что угол при вершине осевого сечения конуса равен α.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\log_{\frac{x+\sqrt{5}}{2x-3}}(x^2+2x-3)>0$.
2. Решите неравенство $\left|\dfrac{x+1}{x+3}\right|>|2-x|$.
3. Решите уравнение $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x+\sin^2 4x=2$.
4. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне, а длина диагонали равна d. Найдите меньшее основание, если известно, что большее основание в m раз длиннее боковой стороны.
5. Через вершину конуса, образующая которого наклонена к основанию под углом α, проведена плоскость. Найдите объем конуса, если известно, что сечение конуса этой плоскостью есть треугольник площади S, угол которого при вершине равен β.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
геологический факультет,
факультет географии и геоэкологии

Вариант 1

1. Два неизвестных числа и число 3 образуют арифметическую прогрессию. Если уменьшить второе из неизвестных чисел на 6, то получившиеся числа будут образовывать геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.
2. Решите неравенство $\left|\dfrac{x-1}{x+4}\right| > |3-x|$.
3. Решите уравнение $\cos^2 x + \cos^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x$.
4. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне, а меньшее основание равно b. Найдите боковую сторону, если известно, что она в m раз короче диагонали.
5. Решите уравнение $\log_{3x} 3 + \log_3 x = \log_{9x} 9$.

Вариант 2

1. Два неизвестных числа и число 4 образуют арифметическую прогрессию. Если уменьшить первое из неизвестных чисел на 8, то получившиеся числа будут образовывать геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.
2. Решите неравенство $\left|\dfrac{x+1}{x+3}\right| > |2-x|$.
3. Решите уравнение $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$.
4. В равнобедренной трапеции диагональ перпендикулярна боковой стороне, а длина диагонали равна d. Найдите меньшее основание, если известно, что большее основание в m раз длиннее боковой стороны.
5. Решите уравнение $\log_{2x} 4 + \log_2 x = 3\log_{8x} 4$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
биолого-почвенный факультет,
филологический факультет
(отделение математической лингвистики)

Вариант 1

1. Три числа являются соответственно первым, вторым и третьим членом арифметической прогрессии и первым, третьим и вторым членом геометрической прогрессии. Найдите эти числа, если известно, что сумма квадрата первого из них, удвоенного второго и утроенного третьего равна $\frac{3}{4}$.
2. Решите неравенство $\sqrt{|x+1|+|x+5|} > \left|x+\frac{5}{2}\right|$.
3. а) Решите уравнение $\cos^6 x - \sin^6 x = \cos^2 2x$.
   б) Решите уравнение $\cos 2x + \sin 2x = \cos 4x + \sin 4x$ (отделение математической лингвистики).
4. Решите неравенство $e^{3(x-1)} - 3e^{x-1} > \sqrt{3}$.
5. Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды в a раз больше площади ее основания. Найдите плоский угол при вершине этой пирамиды.

Вариант 2

1. Три числа являются соответственно первым, вторым и третьим членом арифметической прогрессии и вторым, третьим и первым членом геометрической прогрессии. Найдите эти числа, если известно, что из суммы квадрата первого из них и утроенного третьего вычесть учетверенное второго, то получится $\frac{9}{4}$.
2. Решите неравенство $\sqrt{|x+3|+|x-3|} > \left|x-\frac{3}{2}\right|$.
3. а) Решите уравнение $\sin^6 x + \cos^6 x = \cos^4 2x$.
   б) Решите уравнение $\sin 2x - \cos 2x = \cos 4x - \sin 4x$ (отделение математической лингвистики).
4. Решите неравенство $3e^{x+1} - e^{3(x+1)} > \sqrt{3}$.
5. Площадь полной поверхности правильной четырехугольной пирамиды в a раз больше площади ее боковой грани. Найдите угол, образуемый боковым ребром со сторонами оснований.

Санкт-Петербургский государственный университет, 1990 год
химический факультет

Вариант 1

1. Постройте график функции $f(x) = |x+2| + |5-x| - 9$.
2. Решите неравенство $\sqrt[3]{x^3 + 4x^2 - x + 3} > x + 1$.
3. Решите уравнение $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 6x = 0$.
4. Решите неравенство $\log_{4-x}(5-x) - \dfrac{\log_{x+8}(x+6)}{\log_{x+8}(4-x)} > 1$.
5. В сферу радиуса R помещено четыре равных шара, каждый из которых касается трех остальных и исходной сферы. Найдите объемы этих шаров, если известно, что их центры лежат в вершинах правильного тетраэдра.

Вариант 2

1. Постройте график функции $f(x) = |3-x| - |-4-x|$.
2. Решите неравенство $\sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + x - 3} > x - 1$.
3. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x + \sin 3x - \sin 6x = 0$.
4. Решите неравенство $\dfrac{\log_{7-x}(6-x)}{\log_{7-x}(5-x)} - \log_{5-x}(x+3) > 1$.
5. В сферу радиуса R помещено восемь равных шара, каждый из которых касается трех соседних и исходной сферы. Найдите объемы этих шаров, если известно, что их центры лежат в вершинах куба.

Ответы к вариантам

Математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $[-2;\,-1)\cup\left(-\frac{1}{2};\,3\right]$.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1)\pm\sqrt{\pi^2(2k+1)^2+12} : k\in\mathbb{Z};\ \frac{\pi}{2}(2k+1)\pm\sqrt{\pi^2(2k+1)^2-12} : k\in\mathbb{Z}\setminus\{-1;\,0\}\right\}$.
3. Ответ: $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2};\,1\right)$.
4. Ответ: $(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}-\sqrt{S})^2$.
5. Ответ: $2\sqrt{2}x\dfrac{\cos^2\alpha\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)^3}V$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $\left[-2;\,-\frac{1}{2}\right)\cup(1;\,7]$.
2. Ответ: $\left\{\frac{1}{2}(\pi k\pm\sqrt{\pi^2k^2-(-1)^k\cdot 12}) : k\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}\right\}$.
3. Ответ: $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2};\,2\right)\cup\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\,+\infty\right)$.
4. Ответ: $\frac{1}{4}(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3})^2$.
5. Ответ: $\dfrac{3\sqrt{3}}{32\pi}\cdot\dfrac{\left(\sqrt{3}+2\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2V}{\left(\sqrt{3}-2\sin\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}$.

Факультет психологии,
экономический факультет
(отделения ЭКиБ и ЭИР)

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $\{(-2;\,0;\,2);\,(5;\,7;\,9)\}$.
2. Ответ: $\left[-4+2\sqrt{2};\,-\dfrac{2}{3}\right]$.
3. Ответ: $(-2-\sqrt{2};\,-3)\cup(-1;\,-2+\sqrt{2})$.
4. Ответ: $\left\{\arccos\left(\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{18}\right)+2\pi k;\,-\arccos\left(\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{18}\right)+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
5. Ответ: $\dfrac{l^3}{12}\cos\dfrac{\gamma}{2}\cdot\dfrac{4\sin^2\dfrac{\gamma}{2}-1}{\sin^3\dfrac{\gamma}{2}}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $\{(-2;\,1;\,4);\,(4;\,7;\,10)\}$.
2. Ответ: $\left[\dfrac{5}{3};\,5-2\sqrt{2}\right]$.
3. Ответ: $(-1-2\sqrt{3};\,-2)\cup(3;\,1+2\sqrt{3})$.
4. Ответ: $\left\{(-1)^k\arcsin\left(\operatorname{tg}\dfrac{7\pi}{9}\right)+\pi k;\,(-1)^k\arcsin\left(\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{9}\right)+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
5. Ответ: $\dfrac{a^3}{3\sqrt{2}}\cdot\dfrac{\cos\dfrac{\gamma}{2}}{\sqrt{-\cos\gamma}}$.

Факультет социологии,
экономический факультет
(отделения МЭО и ПЭК)

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $\left\{(5;\ 7;\ 9;\ 11);\ \left(-6;\ \frac{10}{3};\ \frac{38}{3};\ 22\right)\right\}$.

2. Ответ: $(-\infty;\ -1)\cup(4-\sqrt{22};\ 2)\cup(4+\sqrt{22};\ +\infty)$.

3. Ответ: $\left\{\pi k;\ \arccos\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+2\pi k;\ -\arccos\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

4. Ответ: при $r\ge\frac{a}{\sqrt{2}}$: $\frac{a^2}{4}$; при $r\le\frac{a}{2}$: $\frac{\pi r^2}{4}$; при $\frac{a}{2}\le r\le\frac{a}{\sqrt{2}}$: $\frac{a}{4}\sqrt{4r^2-a^2}+r^2\left(\frac{\pi}{4}-\arccos\left(\frac{a}{2r}\right)\right)$.

5. Ответ: $\left\{\left(\sqrt{\ln 3-1};\ \frac{-x-\sqrt{x^2+4(2k-1)\pi}}{2}\right);\ \left(-\sqrt{\ln 3-1};\ \frac{-x-\sqrt{x^2+4(2k-1)\pi}}{2}\right);\right.$

$\left.\left(\sqrt{\ln 3-1};\ \frac{-x+\sqrt{x^2+4(2k-1)\pi}}{2}\right);\ \left(-\sqrt{\ln 3-1};\ \frac{-x+\sqrt{x^2+4(2k-1)\pi}}{2}\right) : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $\left\{(4;\ 7;\ 10;\ 13);\ \left(-\frac{9}{2};\ \frac{25}{6};\ \frac{77}{6};\ \frac{43}{2}\right)\right\}$.

2. Ответ: $(-\infty;\ -4-\sqrt{21})\cup(-3;\ -4+\sqrt{21})\cup(2;\ +\infty)$.

3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k;\ (-1)^k\arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.

4. Ответ: при $r\ge a$: 0; при $r\le\frac{\sqrt{3}a}{2}$: $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi r^2}{6}$; при $\frac{\sqrt{3}a}{2}\le r\le a$: $\frac{a\sqrt{3}}{4}(a-\sqrt{4r^2-3a^2})-r^2\left(\frac{\pi}{6}-\arccos\left(\frac{a\sqrt{3}}{2r}\right)\right)$.

5. Ответ: $\left\{\left(\sqrt{\ln 2+1};\ \frac{x+\sqrt{x^2+(8k+2)\pi}}{2}\right);\ \left(-\sqrt{\ln 2+1};\ \frac{x+\sqrt{x^2+(8k+2)\pi}}{2}\right);\right.$

$\left.\left(\sqrt{\ln 2+1};\ \frac{x-\sqrt{x^2+(8k+2)\pi}}{2}\right);\ \left(-\sqrt{\ln 2+1};\ \frac{x-\sqrt{x^2+(8k+2)\pi}}{2}\right) : k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots\right\}$.

Физический факультет

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $(-1-\sqrt{3};\,-1-\sqrt{2})\cup(-1+\sqrt{3};\,2)$.
2. Ответ: $(-1-\sqrt{14};\,-4)\cup(-4;\,-\sqrt{11})\cup(-1+\sqrt{14};\,\sqrt{11})$.
3. Ответ: $\left\{\dfrac{\pi k}{5};\,\dfrac{\pi k}{2}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\dfrac{b\sqrt{m^2+1}}{m^2-1}$, $m>1$.
5. Ответ: $2\sqrt[3]{\dfrac{3V}{\pi}\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}}\cdot\left(\sin^{-1}\dfrac{\alpha}{2}+\sqrt{1-\operatorname{ctg}^2\dfrac{\alpha}{2}\operatorname{ctg}^2\varphi}\right)$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $(-1-\sqrt{5};\,-3)\cup\left(\dfrac{3}{2};\,3+\sqrt{5}\right)$.
2. Ответ: $(-1-\sqrt{6};\,-3)\cup(-3;\,-\sqrt{7})\cup(\sqrt{6}-1;\,\sqrt{7})$.
3. Ответ: $\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\pi k}{2};\,\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{\pi k}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\dfrac{d(m^2-2)}{m\sqrt{m^2-1}}$, $m>\sqrt{2}$.
5. Ответ: $\dfrac{\pi}{3}\left(\dfrac{2S}{\sin\beta}\right)^{\frac{3}{2}}\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha$.

Геологический факультет,
факультет географии и геоэкологии

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $\{(3;\,3);\,(27;\,15)\}$.
2. Ответ: $(-1-\sqrt{14};\,-4)\cup(-4;\,-\sqrt{11})\cup(-1+\sqrt{14};\,\sqrt{11})$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi k}{5};\,\frac{\pi k}{2}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\frac{b\sqrt{m^2+1}}{m^2-1}$, $m>1$.
5. Ответ: $\{1;\,3^{\frac{-3-\sqrt{5}}{2}};\,3^{\frac{-3+\sqrt{5}}{2}}\}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $\{(4;\,4);\,(20;\,36)\}$.
2. Ответ: $(-1-\sqrt{6};\,-3)\cup(-3;\,-\sqrt{7})\cup(\sqrt{6}-1;\,\sqrt{7})$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2};\,\frac{\pi}{10}+\frac{\pi k}{5}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\frac{d(m^2-2)}{m\sqrt{m^2-1}}$, $m>\sqrt{2}$.
5. Ответ: $\{1;\,2^{-2-\sqrt{5}};\,2^{-2+\sqrt{5}}\}$.

Биолого-почвенный факультет,
филологический факультет
(отделение математической лингвистики)

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $\left\{\left(-\frac{5}{2}-\sqrt{7};\,-\frac{5}{2}-\sqrt{7};\,-\frac{5}{2}-\sqrt{7}\right);\left(\sqrt{7}-\frac{5}{2};\,\sqrt{7}-\frac{5}{2};\,\sqrt{7}-\frac{5}{2}\right);\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{8};\frac{1}{4}\right);\left(\frac{3}{2};\frac{3}{8};-\frac{3}{4}\right)\right\}$.
2. Ответ: $\left(-\frac{3}{2};\,-\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)$.
3. а) Ответ: $\left\{\pi k;\,\frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.

   б) Ответ: $\left\{\pi k;\,\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\left(\ln\left(2\cos\frac{\pi}{18}\right)+1;\,+\infty\right)$.
5. Ответ: $2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{a}\right)$.

Ответы к варианту 2

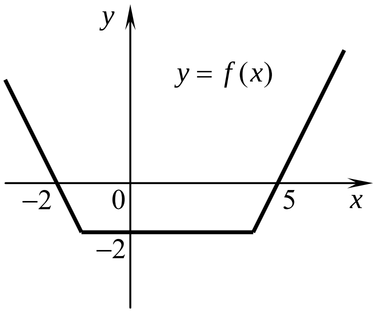
1. Ответ: $\left\{\left(\frac{1-\sqrt{10}}{2};\frac{1-\sqrt{10}}{2};\frac{1-\sqrt{10}}{2}\right);\left(\frac{1+\sqrt{10}}{2};\frac{1+\sqrt{10}}{2};\frac{1+\sqrt{10}}{2}\right);\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4};1\right);\left(\frac{9}{2};-\frac{9}{4};-9\right)\right\}$.
2. Ответ: $\left(\frac{3}{2}-\sqrt{6};\,\frac{9}{2}\right)$.
3. а) Ответ: $\left\{\frac{\pi k}{2}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.

   б) Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k;\,\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}:k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\left(\ln\left(2\sin\frac{\pi}{9}\right)-1;\,\ln\left(2\sin\frac{2\pi}{9}\right)-1\right)$.
5. Ответ: $\mathrm{arctg}\left(\frac{4}{a-4}\right)$.

Химический факультет

Ответы к варианту 1

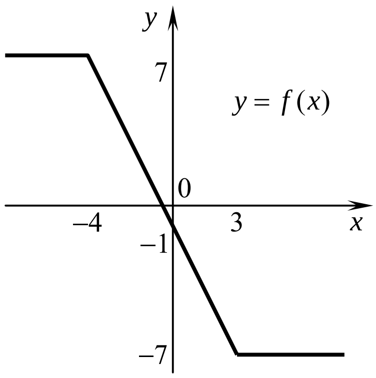
1. Ответ: $f(x)=\begin{cases}-2x-6,\ x\le -2,\\ -2,\ -2\le x\le 5,\\ 2x-12,\ x\ge 5\end{cases}$ (см. рисунок).



2. Ответ: $(-\infty;\, 1-\sqrt{3})\cup(1+\sqrt{3};\, +\infty)$.
3. Ответ: $\left\{\frac{2\pi k}{3};\, \frac{\pi k}{2};\, \frac{2\pi k}{5} : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\left(-3;\, \frac{3}{2}(1-\sqrt{5})\right)\cup\left(4;\, \frac{3}{2}(1+\sqrt{5})\right)$.
5. Ответ: $\frac{32\pi R^2}{3(2+\sqrt{6})^3}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $f(x)=\begin{cases}7,\ x\le -4,\\ -2x-1,\ -4\le x\le 3,\\ -7,\ x\ge 3\end{cases}$ (см. рисунок).



2. Ответ: $(-\infty;\, 2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2};\, +\infty)$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi k}{3};\, \frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2};\, \frac{\pi}{5}+\frac{2\pi k}{5} : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\left(-6;\, -\frac{1+\sqrt{77}}{2}\right)\cup\left(3;\, \frac{\sqrt{77}-1}{2}\right)$.
5. Ответ: $\frac{4\pi R^3}{3(1+\sqrt{3})^3}$.