

**Централизованное тестирование по математике, 2001 год
повышенный уровень сложности**

Часть А

A1. Множество решений неравенства $\frac{3}{4-x^2} \geq \frac{1}{4}$ есть

1. $(-\sqrt{8}; -2] \cup [2; \sqrt{8})$
2. $(-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$
3. $(-\infty; -\sqrt{8}] \cup [\sqrt{8}; +\infty)$
4. $(-2; 2)$
5. $[-2; 2]$

A2. Если $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ и $\operatorname{tg} \alpha < 0$, то выражение $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ равно

1. $\frac{1}{4}$ или 4
2. 2
3. $\frac{1}{4}$
4. $\frac{3}{5}$
5. $\frac{5}{3}$

A3. Если $a = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{8}}$ и $b = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}}$, то выражение $\frac{a^3 + b^3}{(a+b)^3}$ равно

1. $\frac{17}{32}$
2. $\frac{37}{32}$
3. $\frac{47}{32}$
4. $\frac{27}{32}$
5. Другому числу

A4. Все значения параметра a , при которых уравнение $2 \cos x - 5 \sin x = a$ имеет корни, составляет отрезок

1. $[-3, 5; 3, 5]$
2. $[-3, 5\sqrt{2}; 3, 5\sqrt{2}]$
3. $[-5; 5]$
4. $[-7; 7]$
5. Другое множество

A5. Все корни уравнения $|x-7| - |x+2| = 9$ образуют множество:

1. $\emptyset$
2. $\{-2\}$
3. $(-\infty; -2] \cup [7; +\infty)$
4. $(-\infty; +\infty)$
5. $(-\infty; -2]$

A6. Все корни уравнения $\sin 3x = \sin \frac{\pi}{15}$ записываются формулой (где $n \in \mathbb{R}$):

1. $(-1)^n \frac{\pi}{45} + \frac{\pi n}{3}$
2. $(-1)^n \frac{\pi}{45} + \frac{2\pi n}{3}$
3. $(-1)^n \frac{\pi}{45} + \pi n$
4. $(-1)^n \frac{\pi}{5} + \frac{\pi n}{3}$
5. $\frac{(-1)^n}{3} \arcsin \frac{\pi}{15} + \frac{\pi n}{3}$

A7. Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{18x-32-x^2}{37}} \leq \frac{18x-32-x^2}{37}$ равно

1. 7
2. 15
3. 9
4. Др. числу
5. Бесконечно

A8. Наименьшее целочисленное решение неравенства $4^{x-2}(\sqrt{5})^{4-x} \leq \sqrt{0,05} \cdot 5^{\frac{x}{2}-1} \cdot 2^{x+\frac{1}{2}}$ на отрезке $[-7; 8]$ равно

1. 4
2. -7
3. 3
4. Др. числу
5. Не существует

A9. Если $a = \log_y x$ и $b = \log_2 y$, то величина $\log_{\left(\frac{4}{x^2}\right)}(8\sqrt[4]{y})$ представляется в виде:

1. $\frac{12b+1}{8b-24a}$
2. $\frac{12+b}{8-24ab}$
3. $\frac{12+b}{2-6ba}$
4. Другой дроби, не содержащей логарифмов и букв x, y
5. Не выражается через a и b

A10. Множество решений неравенства $\log_{\cos \frac{\pi}{4}}(x^2 + 7x + 9) > 2$ на числовой прямой есть:

1. Вся прямая
2. Пустое множество
3. Объединение двух интегралов
4. Один интеграл
5. Объединение двух лучей

A11. Сумма всех корней уравнения $(5 - 7 \cos x + 7 \sin x - 3 \sin 2x) \sqrt{\pi^2 - x^2} = 0$ равна

1. $\frac{\pi}{2} - 2 \arcsin \frac{1}{3\sqrt{2}}$
2. 0
3. $-\frac{\pi}{2} + 2 \arccos \frac{1}{3\sqrt{2}}$
4. $-\frac{\pi}{2}$
5. Содержат бесконечное число слагаемых

A12. Уравнение $9^x + 5|a| \cdot 3^x + 64 = a^2$ не имеет корней тогда и только тогда, когда:

1. $|a| \leq \frac{16}{\sqrt{29}}$
2. $|a| \leq 8$
3. $|a| < 8$
4. $|a| < \frac{16}{\sqrt{29}}$
5. $|a| < \frac{16}{\sqrt{21}}$

A13. Уравнение $5a \sin 2x = \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x$ имеет хотя бы один корень тогда и только тогда, когда:

1. $a > 0$
2. $0 < a \leq \frac{2}{5}$
3. $a = \frac{2}{5}$
4. $a \geq \frac{2}{5}$
5. $|a| \geq \frac{2}{5}$

A14. Уравнение $a(4 \cos x - 7|x|) = 3 + 6^x + 6^{-x}$ имеет нечетное число корней тогда и только тогда, когда:

1. $a = 0$
2. $a = \frac{5}{4}$
3. $a \geq \frac{5}{4}$
4. Всегда
5. Никогда

A15. Система $\begin{cases} x + 3ay = 9a^2, \\ 3ax + 16y = -64 \end{cases}$ имеет не более одного решения тогда и только тогда, когда:

1. $a = \frac{4}{3}$
2. $a \neq 0$
3. $a = -\frac{4}{3}$
4. $a = \pm \frac{4}{3}$
5. Никогда

A16. Площадь фигуры, заданной на координатной плоскости неравенством $x^2 + y^2 \leq 10|x| + 4|y|$, равна

1. $80 + 58\pi$
2. $160 + 58\pi$
3. $80 + 116\pi$
4. $160 + 116\pi$
5. 116π

A17. Наибольшее значение функции $f(x) = |4x \ln 2 - 2^x + 5 \ln 2|$ на отрезке $[-1; 6]$ равно

1. $13 \ln 2 - 4$
2. $29 \ln 2 - 64$
3. $64 - 29 \ln 2$
4. $4 - 13 \ln 2$
5. Другому числу

A18. Касательная к графику функции $y = 5x - x^2 + 1$ в точке с абсциссой x_0 отсекает от положительной полуоси вчетверо больший отрезок, чем от отрицательной полуоси ординат, тогда и только тогда, когда значение x_0 равно

1. $\pm \frac{\sqrt{19}}{2\sqrt{3}}$
2. $-\frac{\sqrt{19}}{2\sqrt{3}}$
3. $\pm \frac{\sqrt{19}}{2}$
4. $\frac{\sqrt{19}}{2\sqrt{3}}$
5. $\frac{\sqrt{19}}{2}$

A19. При $x \leq 0$ графики функций $y = \sqrt{x^2 + 6}$ и $y = \sqrt{x^2 - 6}$ симметричны друг другу относительно прямой вида (где c — некоторая константа):

1. $y = c - x$
2. $y = c$
3. $x = c$
4. $y = c + x$
5. Такой прямой нет

A20. В прямоугольнике ABC с катетом $AB = 9$ и медианой $BM = 7$, проведенной к гипотенузе AC , расстояние между точкой M и основанием H высоты BH равно

1. $\frac{16}{7}$
2. $\frac{17}{14}$
3. $\frac{81}{14}$
4. $\frac{81}{7}$
5. Другому числу

A21. Отрезок длины 7, соединяющий боковые стороны трапеции и параллельный ее основаниям, равным 9 и 3, делит площадь трапеции в отношении:

1. 5:4
2. 5:8
3. 2:1
4. $\frac{7}{9} : \frac{3}{7}$
5. В другом

A22. Если в треугольной пирамиде $SABC$ с высотой $SH = 3$ все боковые ребра наклонены под углом 30° к плоскости основания ABC , а угол BAC равен 45° , то длина ребра BC равна

1. $6\sqrt{2}$
2. $\sqrt{6}$
3. $3\sqrt{6 - 3\sqrt{2}}$
4. $3\sqrt{6}$
5. Другому числу

A23. Если в правильной треугольной пирамиде $SABC$ объемом 21 точка O — центр вписанной в треугольник SBC окружности, а боковое ребро в 7 раз больше ребра основания ABC , то объем пирамиды $OABC$ равен

1. 7
2. 3
3. $\frac{21}{8}$
4. $\frac{7}{5}$
5. Другому числу

A24. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A'B'C'D'$ с ребрами $AA' = 6$, $A'B' = 5$ и $A'D' = 8$ косинус угла $BA'D$ равен

1. $-\frac{18}{5\sqrt{61}}$
2. $-\frac{33}{80}$
3. $\frac{18}{5\sqrt{61}}$
4. $\frac{33}{80}$
5. Другому числу

A25. Площадь полной поверхности цилиндра объемом 11 как функция радиуса $r > 0$:

1. Максимальна при $r = \sqrt[3]{\frac{11}{\pi}}$
2. Минимальна при $r = \sqrt[3]{\frac{11}{\pi}}$
3. Максимальна при $r = \sqrt[3]{\frac{11}{2\pi}}$
4. Минимальна при $r = \sqrt[3]{\frac{11}{2\pi}}$
5. Не имеет экстремума при $r > 0$

Часть В

Ответы к заданиям части В запишите в бланке ответов рядом с номером задания, начиная с первого окошка. Ответом может быть только число. Каждую цифру числа (и знак минус, если имеется) пишите в отдельном окошке по приведенным образцам.

B1. Окружность, проходящая через вершины B и C треугольника ABC , пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно, а отрезки BN и CM пересекаются в точке K . Если $\angle BAC = 25^\circ$ и $\angle MCN = 40^\circ$, то величина угла (в градусах) равна...

B2. Количество корней уравнения $x^{7-4x} = x^{\log_5 x^3}$ равно...

B3. Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист и одновременно с ним из B в A — велосипедист, причем встретились они через $3\frac{1}{3}$ часа, а мотоциклист прибыл в пункт B на 3 часа раньше, чем велосипедист в A , то число часов, за которое велосипедист проезжает расстояние от A до B , равно...

B4. Если сумма членов убывающей арифметической прогрессии с третьего по одиннадцатый включительно равна 27, то член этой прогрессии, равный 3, имеет номер...

B5. Количество двузначных чисел, каждое из которых при делении на цифру единиц его десятичной записи дает в частном 7 и в остатке 4, равно...

Ответы

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
4	3	1	5	5	5	3	1	2	3	4	2	4	2

A15	A17	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24	A25
3	1	3	2	1	2	1	4	4	3	4

B1	B2	B3	B4	B5
105	2	8	7	1