Сайт элементарной математики
Дмитрия Гущина
www.mathnet.spb.ru

Централизованное тестирование по математике, 2002 год
повышенный уровень сложности

Часть А

A1. Значение выражения $\arccos(\sin(-2))$ равно

1. $\frac{3\pi}{2}-2$ **2.** $\pi-2$ **3.** $\frac{\pi}{2}-2$ **4.** $2-\frac{\pi}{2}$ **5.** 2

A2. Если $a^b=5$ и $b^c=2$, то величина $(a^b)^c$ принимает значение

1. 7
2. $5^{\log_2 5}$
3. 25
4. 10
5. не вычисляемое однозначно из двух данных равенств

A3. Из четырехугольной призмы вырезали шестиугольную пирамиду, высота и площадь основания которой на 20% и на 25% соответственно меньше высоты и площади основания призмы. Объем полученной пирамиды составляет от объема призмы

1. 30% **2.** 20% **3.** 60% **4.** 90% **5.** 55%

A4. Школьник должен был выйти из дома в 6:30, сесть в ожидавшую его машину и доехать на ней до школы к определенному моменту. Однако он вышел из дома в 5:40 и побежал в противоположном направлении. Машина в 6:20 отправилась от дома вслед за ним и, догнав школьника, доставила его в школу с опозданием на 10 минут. Скорость машины превышала скорость бегущего школьника

1. в 4 раза
2. в 9 раз
3. в 5 раз
4. в 8 раз
5. в некоторое число раз, которое невозможно точно установить из-за нехватки данных задачи

A5. Сумма первых 24 членов арифметической прогрессии равна 33, а сумма первых 24 членов другой арифметической прогрессии, имеющей тот же первый член, но противоположную разность, равна -8. Первые члены этих прогрессий равны

1. $\frac{25}{47}$ **2.** $\frac{41}{24}$ **3.** $\frac{25}{48}$ **4.** $\frac{25}{24}$ **5.** $\frac{41}{48}$

A6. Из сосуда, первоначально содержащего 14 л чистой кислоты, отлили определенное количество содержимого и долили столько же воды. Когда эту операцию проделали еще 2 раза, кислоты в сосуде осталось 5 л. За каждую операцию воды доливали одинаковое количество литров, равное

1. $14-\sqrt[3]{60}$ **2.** $\sqrt[3]{\log_5 14}$ **3.** 3 **4.** $\frac{1}{3}\log_5 14$ **5.** $\frac{\sqrt[3]{60}}{5}$

A7. Выражение $\frac{1}{2}\log_3 45+\log_5 45$ численно равно

1. $\frac{1}{\log_9 45\cdot\log_5 45}$
2. $\log_9 45\cdot\log_5 45$
3. $\log_{14} 45$
4. 1
5. другому выражению

A8. Наименьшее решение неравенства $|x^2-6x-6|+18\le 3x$ принадлежит множеству

1. $[7;+\infty)$ **2.** $\varnothing$ **3.** $(-\infty;-1)$ **4.** $[-1;6]$ **5.** $(6;7)$

A9. Сумма целочисленных решений неравенства $\frac{\sqrt{11x-18-x^2}}{14+x^2-9x}\ge 0$ равна

1. 26
2. 17
3. 24
4. другому числу
5. неопределенности, так как содержит бесконечно много слагаемых

A10. Множество всех решений неравенства $\log_{\frac{1}{7}}(7^x+5)-x\log_{\frac{1}{7^x}}(12-7^x)>x$ на числовой прямой представляет собой

1. объединение двух непересекающихся интервалов
2. интервал
3. объединение двух непересекающихся лучей
4. объединение интервала и луча, не пересекающихся друг с другом
5. луч

A11. Пусть $(x;\,y)$ — решение системы $\begin{cases}\cos x-\cos y=\frac{6}{5},\\ \sin x+\sin y=-\frac{2}{5}.\end{cases}$ Тогда значение выражения $\cos(x+y)$

1. равно 0,2
2. равно $-0,48$
3. равно 0,4
4. равно другому числу
5. не вычисляется однозначно

A12. Чтобы из графика функции $y = \log_2 x$ получить график функции $y = \log_2(4x - 5)$ нужно произвести

1. сначала сжатие в 4 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 5 единиц влево
2. сначала растяжение в 4 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 5 единиц вправо
3. сначала растяжение в 4 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 5 единиц влево
4. сначала сжатие в 4 раза вдоль оси абсцисс, потом сдвиг на 5 единиц вправо
5. сначала сдвиг на 5 единиц вправо, потом сжатие в 4 раза вдоль оси абсцисс

A13. Вершина параболы, задаваемой на координатной плоскости уравнением $y = ax^2 + bx + c$, где $a < 0$, $b \geq 0$, $c < 0$ и $D = b^2 - 4ac > 0$, лежит

1. строго в I четверти
2. строго во II четверти
3. строго в III четверти
4. строго в IV четверти
5. возможно, на координатной оси

A14. Тангенс угла между касательными, проведенными к графикам функций $y = 7 - x^{-3}$ и $y = 5 - \sqrt[4]{x}$, в точках с абсциссой $x_0 = 1$, равен

1. $\frac{13}{4}$ **2.** 13 **3.** $\frac{11}{7}$ **4.** $\frac{11}{4}$ **5.** Другому числу

A15. Набольшее целое значение параметра *a*, при котором уравнение $4\sin x - 3\sin y - 6\cos x = a$ имеет бесконечно много решений $(x;\, y)$, равно

1. 11 **2.** 12 **3.** 13 **4.** 7 **5.** 10

A16. Количество различных значений $a \in [3\pi;\, 18\pi]$, для каждого из которых уравнение $\sqrt{\sin\frac{x}{5}} = \sin\frac{a-x}{4} - 1$ имеет хотя бы один корень, равно

1. 5 **2.** 15 **3.** 16 **4.** 6 **5.** Другому числу

A17. В треугольнике *ABC* с углом $\angle A = 60°$ и сторонами $AB = 7$ и $BC = 7\sqrt{3}$ синус угла при вершине *C* равен

1. $\frac{1}{2}$ **2.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **3.** 1 **4.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **5.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

A18. На стороне *BC* параллелограмма *ABCD* взята точка *E*, а отрезки *AE* и *BD* пересекаются в точке *F*. Если $BF : FD = 3 : 8$, то прямая *AE* делит площадь параллелограмма *ABCD* в отношении

1. 3:8 **2.** 3:13 **3.** 3:16 **4.** 3:11 **5.** 9:64

A19. Если окружность, проходящая через вершины *A*, *B* и *D* трапеции *ABCD* с основанием $BC = 3$ и диагональю $BD = 5$, касается прямых *BC* и *CD*, то основание *AD* равно

1. $\sqrt{34}$ **2.** 7 **3.** $\frac{25}{3}$ **4.** $\sqrt{15}$ **5.** 5

A20. Наибольшая площадь сечения тетраэдра *ABCD* плоскостью, параллельной его скрещивающимся ребрам $AB = 8$ и $CD = 5$, образующим между собой угол в $30°$, равна

1. $10\sqrt{3}$ **2.** $\frac{5}{2}$ **3.** $5\sqrt{3}$ **4.** $20\sqrt{3}$ **5.** 5

A21. Точки *A*, *B* и *C* лежат соответственно на трех ребрах куба, выходящих из его вершины *D*, причем $AD = \frac{1}{4}$, $BD = 1$ и $CD = \frac{3}{4}$. Радиус вписанного в пирамиду *ABCD* шара равен

1. $\frac{1}{32}$ **2.** $\frac{1}{8}$ **3.** $\frac{3}{32}$ **4.** $\frac{1}{96}$ **5.** $\frac{3}{26}$

Часть B

B1. В компании из трех человек один — правдивец (1), т.е. всегда говорит правду, один — лжец (2), т.е. всегда лжет, и один — дипломат (3), т.е. говорит правду или лжет по своему усмотрению. Чтобы узнать, кто из них кто, каждого спросили, кто он есть. Первый ответил, что он правдивец, второй — что он не дипломат, а третий — что он ни правдивец, ни дипломат. Судя по ответам, первый, второй и третий из них — это соответственно (перечислить цифры 3, 2, 1 в нужном порядке без запятых)...

B2. Количество двузначных чисел, каждое из которых ровно на 4 больше суммы квадратов своих цифр, равно...

B3. С двух полей убрали урожай с помощью 7 одинаковых комбайнов: сначала все комбайны работали на первом поле, а когда было убрано $\frac{3}{5}$ его площади, 4 комбайна перевели на второе поле. В тот момент, когда первое поле убрали полностью, второе оказалось лишь убранным на $\frac{9}{10}$. Площадь второго поля относится к площади первого, как (записать отношение двух взаимно простых натуральных чисел без знака деления, например: вместо 46:28 следует записать 2314)...

B4. Количество различных решений системы $\begin{cases} y = \sin \pi x, \\ x = -\cos \pi y, \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$ равно...

Ответы

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
1	5	2	3	3	1	2	5	2	4	4	5	1	2

A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21
5	3	1	2	3	5	3

B1	B2	B3	B4
213	4	1627	4