

## Централизованное тестирование по математике, 2003 год повышенный уровень сложности

### Часть А

**A1.** В зале стоят трехногие табуретки и пятиногие кресла. Сережа подсчитал, что число табуреток отличается от числа кресел на 4, а всего у них 60 ног. Что больше: общее число но у табуреток или общее число ног у кресел?

1. У табуреток
2. У кресел
3. Поровну
4. Для точного ответа не хватает данных в условии задачи
5. Сережа заведомо ошибся при подсчете

**A2.** В течение дня по прямой дороге мимо стоящего на ней наблюдателя проследовал двигавшийся с постоянной скоростью объект. В 10 часов расстояние между наблюдателем и объектом составляло 2 км., в 15 часов — 5 км., а поравнялись они позднее 7 часов. Какое расстояние между ними было в 11 часов?

1.  $\frac{3}{5}$  км.
2.  $\frac{7}{5}$  км.
3.  $\frac{13}{5}$  км.
4.  $\frac{17}{5}$  км.
5. Ответ на поставленный вопрос неоднозначен

**A3.** Сколько килограммов спирта было выпарено из 70% раствора этого спирта с водой, если получилось 84 кг. 60%-го раствора?

1. 12                      2. 14                      3. 28                      4. 63                      5. 72

**A4.** Если среднее арифметическое первых 14 членов арифметической прогрессии (т.е.  $\frac{1}{14}$ -я часть их суммы) на 9 больше половины ее десятого члена, то пятый член этой прогрессии равен:

1. 5
2. 10
3. 18
4. 23
5. Не определяется однозначно без дополнительных данных

A5. Если  $\begin{cases} \cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{9}, \\ \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{3}, \end{cases}$  то значение выражения  $\cos(\alpha + \beta)$  равно

1.  $-\frac{5}{9}$       2.  $-\frac{2}{9}$       3.  $\frac{1}{9}$       4.  $\frac{2}{9}$       5.  $\frac{5}{9}$

A6. Сколько различных корней на промежутке  $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$  имеет уравнение  $\frac{\sqrt{2} |\operatorname{tg} x| \cos x + 1}{4x - 3 \cdot 3,14} = 0$ ?

1. 1      2. 2      3. 3      4. 4      5. больше 4

A7. Если  $\log_{x^2-y^2} \left(1 - \frac{4xy}{(x+y)^2}\right) = 7$ , то при  $x+y > 0$  значение выражения  $\log_{x+y}(x^2 - y^2)$  равно

1.  $-\frac{4}{5}$   
 2.  $-\frac{4}{5}$   
 3.  $\frac{5}{4}$   
 4.  $\frac{30}{7}$   
 5. Не находится однозначно из данного равенства

A8. Множество всех корней уравнения  $x \cdot \sqrt[3]{\log_{x^2} 4} = 2(\sqrt[3]{-\log_{0,5} x})^2$  есть

1.  $(0; 1) \cup (1; +\infty)$   
 2.  $(0; 1)$   
 3.  $(1; +\infty)$   
 4.  $\{2; 4\}$   
 5.  $\{2\}$

A9. Множество всех решений неравенства

$$\log_2^2(x+6) + \log_2(x^2 - 8x + 16)^2 > 2 + 2\log_2((x-4)^2(x+6))$$

имеет вид (где  $a < b < c < \dots$ ):

1.  $(a; +\infty)$   
 2.  $(a; b) \cup (c; +\infty)$   
 3.  $(a; b) \cup (b; +\infty)$   
 4.  $(a; b) \cup (c; d) \cup (d; +\infty)$   
 5.  $(a; b) \cup (b; c) \cup (d; +\infty)$

**A10.** Если значение параметра  $a$  подобрано так, что уравнение

$$|x+1| - 5|x+6| = a + 2|x-4| - |x-9|$$

имеет единственный корень, то этот корень может быть равен

1. Только  $-1$
2. Только  $-6$
3. Только  $4$
4. Только  $9$
5. Какому-то из чисел  $-1, -6, 4, 9$ , в зависимости от  $a$

**A11.** Все значения  $a$ , при которых неравенство  $\sqrt{x-a+2} - \sqrt{x+4a+1} < \sqrt{5a-1}$  имеет хотя бы одно решение, заполняет множество

1.  $\left(-\infty; \frac{1}{5}\right]$
2.  $\left[-\frac{1}{4}; 2\right]$
3.  $\left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$
4.  $(-\infty; +\infty)$
5.  $\emptyset$

**A12.** Неравенство  $25^{a+x} + 5^{a+x} + 25^{a-x} + 5^{a-x} < 14 \cdot 5^{2a}$  не имеет решений тогда и только тогда, когда

1.  $a \geq -\log_5 6$
2.  $a \geq -1$
3.  $a \leq -\log_5 6$
4.  $a \leq -1$
5.  $a \in \emptyset$

**A13.** График функции  $f(x)$  симметричен относительно начала координат, а при  $x < 0$  она задается формулой  $f(x) = x^6 - \frac{1}{2^x}$ . Какой формулой эта функция задается эта функция при  $x > 0$ ?

1.  $f(x) = x^6 - \frac{1}{2^{|-x|}}$
2.  $f(x) = x^6 + \frac{1}{2^{|-x|}}$
3.  $f(x) = -x^6 - \frac{1}{2^{|-x|}}$
4.  $f(x) = -x^6 + \frac{1}{2^{|-x|}}$
5. Ни одна из приведенных формул не годится

**A14.** На каком из данных множеств функция  $f(x) = \frac{|x-2|^3}{4(2-x)}$  убывает? Среди правильных ответов выберите тот, который имеет в приведенном списке наибольший номер.

1.  $\emptyset$
2.  $(2; +\infty)$
3.  $[2; +\infty)$
4.  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$
5.  $(-\infty; +\infty)$

**A15.** Точка максимума функции  $f(x) = \arccos(4x^3 - 3x)$  есть

1.  $-\frac{1}{2}$
2.  $0$
3.  $\frac{1}{2}$
4.  $1$
5. Не существует

**A16.** Четырехугольник  $ABCD$  с прямым углом при вершине  $A$  вписан в окружность, причем  $BD=100$  и  $BC=99$ . К какому из следующих чисел лежит ближе всего на числовой прямой длина отрезка  $CD$ ?

1. 1,4                      2. 1,5                      3. 10                      4. 14                      5. 15

**A17.** Прямая касается двух окружностей с центрами  $O$  и  $Q$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Через точку  $C$ , в которой эти окружности касаются друг друга, проведена их общая касательная, пересекающая прямую  $AB$  в точке  $D$ . Если  $OD=4$  и  $\angle CQD=\alpha$ , то длина отрезка  $AB$  равна:

1.  $\frac{8}{\cos \alpha}$                       2.  $8 \cos \alpha$                       3.  $8 \sin \alpha$                       4.  $\frac{4}{\sin \alpha}$                       5.  $\frac{4}{\cos \alpha}$

**A18.** Через прямую, пересекающую данную плоскость под углом в  $40^\circ$ , проводятся различные плоскости. Все возможные значения величины угла между такими плоскостями и данной плоскостью составляют множество:

1.  $(0^\circ; 40^\circ]$                       2.  $[40^\circ; 90^\circ]$                       3.  $(0^\circ; 90^\circ]$                       4.  $[40^\circ; 140^\circ]$                       5.  $(0^\circ; 180^\circ)$

**A19.** Площади кругов, вписанных в основании данной усеченной пирамиды единичного объема, относятся как  $1:9$ . Чему равен объем другой пирамиды, основанием которой служит меньшее основание данной пирамиды, а вершиной — точка ее бокового ребра, делящая его в отношении  $2:1$ , считая от меньшего основания?

1.  $\frac{1}{6}$                       2.  $\frac{2}{9}$                       3.  $\frac{2}{11}$                       4.  $\frac{1}{15}$                       5.  $\frac{2}{39}$

**A20.** Пирамида  $SABCD$ , основанием которой служит четырехугольник  $ABCD$  площадью  $6$  с перпендикулярными диагоналями, вписана в сферу радиуса  $4$ . Если  $AS=CS$ ,  $\angle BSD=120^\circ$ , а диагональ  $BD$  проходит через основание высоты пирамиды, то диагональ  $AC$  равна:

1.  $\sqrt{3}$                       2.  $2\sqrt{3}$                       3.  $4\sqrt{3}$                       4.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       5.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

**A21.** Футляр для кассет образует поверхность прямоугольного параллелепипеда заданного объема без одной боковой, более короткой, стенки. Если его ширина в два с половиной раз меньше длины, то площадь этой поверхности будет наименьшей, когда отношение высоты к ширине равно:

1.  $2:5$                       2.  $5:3$                       3.  $3:5$                       4.  $3:2$                       5.  $2:3$

## Часть В

К заданиям этой части ответы не даны. Решив задание. Запишите полученный Вами ответ на бланке рядом с номером задания, начиная с первого окошка. Ответом может быть только натуральное число или нуль (если Ваш ответ оказался не целочисленным, округлите его до целого числа).

**B1.** Общая масса морских животных в колонии за ночь увеличивается на  $40\%$ , а за день — еще на  $10\%$ . Зато каждое утро и каждый вечер хищники поедают по  $45$  килограммов живой массы этой колонии. Какую наибольшую массу в килограммах на момент сразу после вечерней трапезы хищников может иметь эта колония, чтобы она при таком режиме не разрасталась неограниченно?

**B2.** В темной комнате в верхнем ящике лежат галстуки:  $10$  белых и  $5$  черных, а в нижнем ящике — носовые платки:  $12$  белых и  $4$  черных, но ни один из белых платков в этом ящике испачкан. Какое

наименьшее суммарное количество предметов нужно взять наугад в темноте из этих ящиков, чтобы после выхода из комнаты среди взятых предметов непременно обнаружился хотя бы один комплект: галстук и чистый платок одного цвета?

**В3.** Когда рыбак разложил пойманную им рыбу в кучки по  $x$  штук, кучек получилось слишком много. Тогда он попытался разложить ту же рыбу в кучки по  $2x-1$  штук, но это ему не удалось: число кучек уменьшилось на 16, однако последняя из них, содержавшая всего 5 рыб, оказалась неполной. Число различных натуральных значений  $x$ , удовлетворяющих описанному условию, равно...

**В4.** Квадратный трехчлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$  удовлетворяет условиям  $f(-3) > 6$ ,  $f(1) > 7$  и  $f(2) < 6$ . Найдите в списке: 1.  $a > 0$ ; 2.  $a < 0$ ; 3.  $b > 0$ ; 4.  $b < 0$ ; 5.  $c > 0$ ; 6.  $c < 0$  все неравенства, которые при данных условиях обязательно выполняются, и перечислите их номера в порядке возрастания без запятых (например, Ваша запись «36» будет означать, что неравенства  $b > 0$  и  $c < 0$  гарантируются, а о знаке коэффициента  $a$  ничего определенного утверждать нельзя). Если же таких неравенств нет — запишите в ответ нуль.

**Отвѣты**

<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>	<b>A4</b>	<b>A5</b>	<b>A6</b>	<b>A7</b>	<b>A8</b>	<b>A9</b>	<b>A10</b>	<b>A11</b>	<b>A12</b>	<b>A13</b>	<b>A14</b>
4	1	3	3	5	3	2	1	4	2	3	3	5	4

<b>A15</b>	<b>A17</b>	<b>A17</b>	<b>A18</b>	<b>A19</b>	<b>A20</b>	<b>A21</b>
3	4	2	2	5	1	2

<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>
175	12	4	45