

**Централизованное тестирование по математике, 2004 год
повышенный уровень сложности**

Часть А

A1. Если числа a, b, c, d положительны, не равны 1 и связаны равенством $\left(\frac{1}{a^b}\right)^{-c} = \frac{1}{d}$, то число b равно

1. $c \log_a d$ 2. $-c \log_a d$ 3. $\frac{1}{c} \log_a d$ 4. $\frac{1}{c} \log_d a$ 5. $-\frac{1}{c} \log_a d$

A2. Значение выражения $\frac{(\sqrt{40}-7)\sqrt{7+2\sqrt{10}}}{\sqrt{15}-\sqrt{6}}$ равно

1. $-3\sqrt{3}$ 2. $-2\sqrt{3}$ 3. $-\sqrt{3}$ 4. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 5. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

A3. Выражение $\sqrt{3} - 4 \sin \alpha \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ может быть преобразовано к виду

1. $-\sqrt{3}$
2. $2\sqrt{3} \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$
3. $2\sqrt{3} \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$
4. $4 \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$
5. $4 \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$

A4. Каждый служащий агентства владеет хотя бы одним иностранным языком: английским, французским или немецким. Согласно статистике, 37% служащих владеют ровно двумя из этих языков, 15% — немецким и английским одновременно, 4% — всеми тремя языками, а 56% не знают французского языка. Сколько процентов служащих знают только французский язык?

1. 6
2. 10
3. 14
4. 18
5. Для ответа на вопрос приведенных данных не достаточно

A5. Пункты A , B и C расположены последовательно на прямой дороге так, что $AB = 5$ км и $BC = 12$ км. Из B в A и из A в C одновременно с постоянными скоростями выехали соответственно велосипедист и мотоциклист. Велосипедист, добравшись до пункта A , сразу же поехал в B . Когда он проделал с самого начала движения 6 км пути, мотоциклист доехал до пункта C и тотчас отправился в A . На каком расстоянии от пункта B они встретились при движении в обратную сторону?

1. 0,2 км
2. $\frac{1}{12}$ км
3. $\frac{4}{23}$ км
4. Они не встретились: велосипедист закончил движение раньше
5. Они не встретились: мотоциклист закончил движение раньше

A6. Если третий член геометрической прогрессии на 8 меньше девятого, а ее знаменатель равен 3, то сумма членов этой прогрессии со второго по седьмой

1. равна $\frac{4}{3}$
2. равна $\frac{8}{3}$
3. равна 12
4. равна 24
5. Не определяется однозначно без дополнительных данных

A7. Имеются два слитка золота разной пробы (концентрации): первый — 20 г, второй — 60 г. От обоих слитков одновременно требуется отрезать куски по x г каждый и отрезанный кусок первого слитка сплавить с остатком второго, а кусок второго — с остатком первого. При каком значении x проба золота в слитках станет одинаковой?

1. 10
2. 12
3. 15
4. 20
5. Ни при каком

A8. Множество всех решений неравенства $x^{2\log_2^2 4} \cdot x^{\log_2^2 x} < 8^{3\log_2 x}$ имеет вид (где $a < b < c < \dots$)

1. $(a; b)$
2. $(a; b) \cup (c; d)$
3. $(a; b) \cup (c; +\infty)$
4. $(a; b) \cup (c; d) \cup (e; f)$
5. $(a; b) \cup (c; d) \cup (e; +\infty)$

A9. Найдите сумму всех значений x , каждое из которых хотя бы для одного значения y удовлетворяет системе
$$\begin{cases} 2^x + \log_2 y = 7, \\ x + \log_2 \log_2 y = 3. \end{cases}$$

1. $\log_2 7$
2. 3
3. 7
4. 8
5. Сумма не определена, поскольку таких значений x нет

A10. Уравнение $9^{x^2} + 2 \cdot 3^{x^2} + a = 0$ имеет не менее двух различных решений тогда и только тогда, когда

1. $a \in \emptyset$ 2. $a < -1$ 3. $a < -3$ 4. $a < 0$ 5. $a < 1$

A11. Сколько различных корней имеет уравнение $\frac{1}{|x+1|} + \frac{1}{|x+2|} = 2$?

1. 5 2. 4 3. 3 4. 2 5. Не более 1

A12. Функция f — четная, периодическая с периодом $\frac{2\pi}{5}$ и на промежутке $\left(\frac{4\pi}{5}; \pi\right)$ задается формулой $f(x) = \cos x$. Найдите $f\left(-\frac{\pi}{7}\right)$.

1. $\cos \frac{\pi}{7}$
2. $-\cos \frac{\pi}{7}$
3. $\cos\left(\frac{4\pi}{5} + \frac{\pi}{7}\right)$
4. $-\cos\left(\frac{4\pi}{5} + \frac{\pi}{7}\right)$
5. Ни одно из приведенных значений не годится

A13. На каком из данных множеств функция $f(x) = |3x - 9| - |2x + 8| - 6x$ убывает? Среди правильных ответов выберите тот, который имеет в приведенном списке наибольший номер.

1. $\{-4; 3\}$ 2. $[-4; 3]$ 3. $(-\infty; 3]$ 4. $[-4; +\infty)$ 5. $(-\infty; +\infty)$

A14. Какому промежутку принадлежит наибольшая разность $f(x_1) - f(x_2)$ значений функции $f(x) = 8x^5 - 10x^4 + 25$ на отрезке $[-1; 1,5]$?

1. $(5; 10]$
2. $(10; 20]$
3. $(20; 30]$
4. $(30; 40]$
5. Ни один из приведенных промежутков не годится

A15. Если касательная к графику функции $y = x(\ln x - 2)$ в точке с абсциссой e^5 перпендикулярна другой касательной к тому же графику в точке с абсциссой x_0 , то значение x_0 равно

1. 1 2. $\ln 0,75$ 3. $\ln 1,25$ 4. $e^{1,25}$ 5. $e^{0,75}$

A16. Наименьшее значение выражения $|x - y| + \sqrt{(x+2)^2 + (y-4)^2}$ равно

1. $\sqrt{20}$ 2. $\sqrt{18}$ 3. 4 4. $\sqrt{3} + 1$ 5. 0

A17. Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , а M — середина ее основания BC . Найдите площадь трапеции, если $\angle AOB = 120^\circ$, $AO = 8\sqrt{3}$ и $OM = 3$.

1. $3\sqrt{3}(19 + 8\sqrt{3})$
2. $6\sqrt{3}(19 + 8\sqrt{3})$
3. $75\sqrt{3}$
4. $150\sqrt{3}$
5. Площадь трапеции не находится однозначно из условия задачи

A18. Две окружности пересекаются в точках A и B . На одной окружности взята точка C , а на другой — точка D так, что прямая BD касается одной окружности, а прямая AC — другой.

Если $BC = a$ и $AD = b$, то отношение $\frac{AC}{BD}$ равно

1. $\frac{a}{b}$
2. $\frac{b}{a}$
3. $\frac{a^2}{b^2}$
4. $\frac{b^2}{a^2}$
5. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

A19. В конус с вершиной S и образующей SL вписана сфера (касающаяся его основания и боковой поверхности). Если K — наиболее удаленная от L точка касания сферы с боковой поверхностью конуса, M — точка пересечения отрезка LK со сферой, $KM = \frac{15}{2}$, $SK = 5$ и $LK = 8$, то длина отрезка SL равна

1. 7
2. 8
3. $\frac{35}{4}$
4. 9
5. $5 + \frac{\sqrt{15}}{2}$

A20. Точка, равноудаленная от всех вершин пирамиды $SABC$, равноудалена также и от плоскостей ASB , ABC и BSC . Найдите $\cos \angle ASC$, если $\sin \angle ABS : \sin \angle CBS : \angle ABC = 4 : 5 : 7$.

1. $\frac{17}{20}$
2. $-\frac{1}{5}$
3. $\frac{1}{10}$
4. $\frac{1}{20}$
5. Среди приведенных ответов нет правильного

A21. На одной из двух фиксированных скрещивающихся прямых отмечены точки A и B , а на другой — точка C так, что BC — общий перпендикуляр к этим прямым. На второй прямой выбирают точки X и Y так, что вектор $\overrightarrow{XY}$ имеет одинаковую длину с вектором $\overrightarrow{AB}$ и образует с ним угол в 60° . При каком положении точек X и Y объем тетраэдра $ABXY$ будет больше, чем при всех остальных?

1. При $X = C$
2. При $Y = X$
3. При $XC = YC$
4. Объем одинаков при всех положениях точек X и Y
5. Объем увеличивается при удалении точек X и Y от точки C

Часть В

В1. Какое наибольшее число минут может составлять интервал, с которым в течение дня постоянно ходят автобусы одного маршрута, если по расписанию какой-то из них приходит на конечную остановку через 135 минут после прихода самого первого автобуса, еще какой-то — через 216 минут, а еще какой-то через 324 минуты?

В2. На заводе из металлических заготовок штампуют детали: из одной заготовки делают 2 детали и часть металла остается, а из остатков от ровно 8 заготовок выплавляют 5 новых заготовок, которые затем снова пускают в дело. Найдите наибольшее количество деталей, которое можно получить из 36 заготовок.

В3. Количество различных корней уравнения $(\sqrt{\sqrt{3} \sin x \cos x + \sin x})\sqrt{13\pi x - 3x^2} = 0$ равно...

В4. Числа a , b , c удовлетворяют условиям $a < 0 < b < c$. Какие из следующих неравенств: $a^4 < b^4$; $a + b < c$; $a - c < b - c$; $ac < bc$; $ab < ac$; $|b| \neq |a - c|$ при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых (если таких неравенств нет — запишите в ответ ноль).

Ответы

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14
5	3	4	3	4	1	3	4	2	3	4	3	5	3

A15	A17	A17	A18	A19	A20	A21
5	2	3	5	1	2	4

B1	B2	B3	B4
27	172	8	2346