

Единый государственный экзамен по математике, 2002 год

Часть 1

К каждому заданию **A1—A13** дано несколько ответов, из которых только один верный. Укажите в бланке ответов выбранный Вами номер правильного ответа (поставив значок «×» в соответствующей клеточке бланка под каждым номером задания).

A1. Упростите выражение $\frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{64}}$.

1. $8 \cdot \sqrt[4]{2}$

2. $\sqrt[4]{8}$

3. 8

4. $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

A2. Найдите значение выражения $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}} + \frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}}$, если $x = 81$, $y = 16$.

1. 1

2. 9

3. 3

4. -1

A3. Упростите выражение $\lg \sqrt{500} - \lg \sqrt{125}$.

1. $\lg 2$

2. 0,5

3. 3

4. $3 \lg 5 + 1$

A4. Упростите выражение $\cos 2\alpha \cdot \cos \alpha - \sin 2\alpha \cdot \sin \alpha + \sin(\alpha - 6\pi)$.

1. $\cos 3\alpha + \sin \alpha$

2. $2 \sin \alpha$

3. 0

4. $\cos 3\alpha - \sin \alpha$

A5. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $9^{\frac{5x}{2}-2} = \frac{1}{27}$.

1. $[-2; -1)$

2. $[-1; 0)$

3. $[1; 2)$

4. $[0; 1)$

A6. Решите неравенство $\log_5 \left(\frac{9}{5} - \frac{x}{5} \right) \geq -1$.

1. $(-\infty; 9)$

2. $(-\infty; 8]$

3. $[8; +\infty)$

4. $[8; 9]$

A7. Найдите область определения функции $y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{4} \right)^{1-3x}}$.

1. $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right)$

2. $\left(-\infty; \frac{1}{3} \right]$

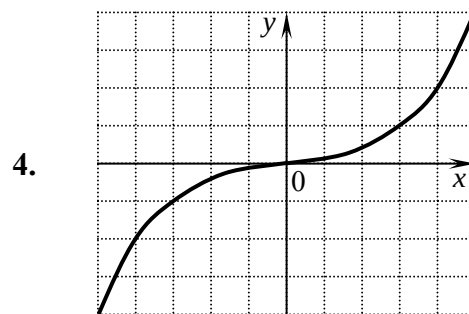
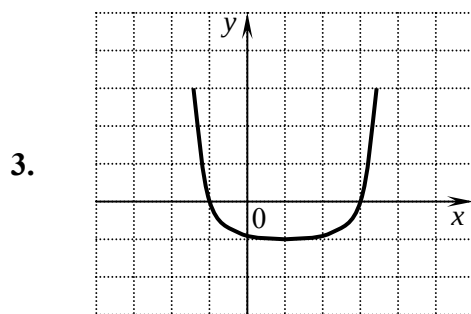
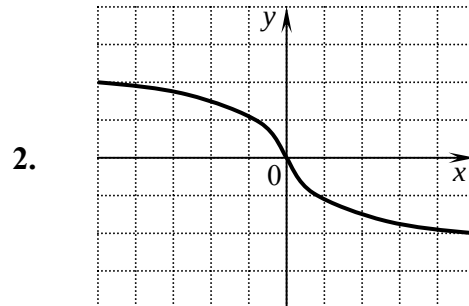
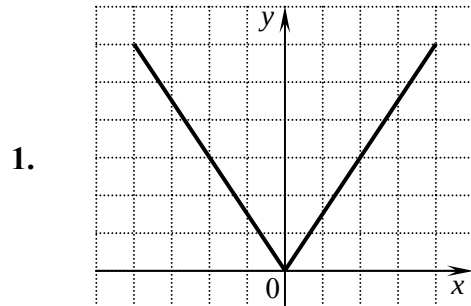
3. $\left(-\infty; \frac{1}{3} \right]$

4. $(-\infty; 3]$

A8. Найдите область значений функции $y = \sin 2x$.

1. $[-1; 1]$ 2. $[-2; 2]$ 3. $[0; 2]$ 4. $[-2; 0]$

A9. Укажите график четной функции.



A10. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2 + x - 2x^4$ через его точку с абсциссой $x_0 = 1$.

1. -1 2. -7 3. 3 4. 0

A11. Найдите значение производной функции $y = x^2 \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$.

1. 1 2. 0 3. $2e$ 4. $3e$

A12. Укажите первообразную функции $f(x) = \sin x + \cos x$.

1. $F(x) = \cos x - \sin x$ 2. $F(x) = -\cos x + \sin x$
3. $F(x) = \cos x + \sin x$ 4. $F(x) = -(\cos x + \sin x)$

A13. Решите уравнение $10\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$.

1. $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2. $\pm \arccos \frac{1}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
3. $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 4. Нет решений

Часть 2

Ответом на задания **В1—В9** будет некоторое число. Укажите его в бланке ответов рядом с номером задания. Если ответ получился в виде дроби, то ее надо округлить до ближайшего целого числа. Единицы измерений писать не нужно.

В1. Найдите минимум функции $y = 4\frac{1}{12} + 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$.

В2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3\sqrt{x}$ и $y = \frac{3}{2}x$.

В3. Сколько корней имеет уравнение $(\sin 3x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos 3x) \cdot \sqrt{5x - x^2} = 0$?

В4. При каком наименьшем натуральном значении m функция $f(x) = -x^2 e^x - \frac{1}{10} m^2 e^x + 7$ убывает на всей числовой прямой?

В5. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы уравнений
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{y}, \\ \arcsin(x^2 + y^2) = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$
 Вычислите значение суммы $x_0 + y_0$.

В6. Найдите значение выражения $\sqrt{15} \operatorname{tg}\left(\arcsin \frac{1}{4}\right)$.

В7. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(6x - x^2)$.

В8. В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AC , равной 20, проведена медиана BM . Окружность, вписанная в треугольник ABM , касается медианы BM в точке P . Найдите катет BC , если $\frac{BP}{PM} = \frac{3}{2}$.

В9. Основание пирамиды — квадрат со стороной $6\sqrt{2}$. Косинус угла наклона каждого бокового ребра к плоскости основания равен $\frac{3}{5}$. Найдите объем пирамиды.

Часть 3

Для каждого задания **С1—С3** в специальном бланке приведите решение и укажите правильный ответ.

С1. Решите уравнение $2^{5x+18} \cdot 3^{4x+11} \cdot 7^{3x+4} = 504^{x+7}$.

С2. Найдите множество значений функции $y = \cos 2x$, заданной на отрезке $\left[-\arccos \frac{2}{5}; \arccos \frac{2}{5}\right]$.

С3. При каких значениях a сумма $\log_a(\sin x + 2)$ и $\log_a(\sin x + 3)$ равна единице хотя бы при одном значении x ?