

Единый государственный экзамен по математике, 2003 год

Часть 1

К каждому заданию **A1—A16** дано несколько ответов, из которых только один верный. Укажите в бланке ответов выбранный Вами номер правильного ответа (поставив значок «×» в соответствующей клеточке бланка под каждым номером задания).

A1. Упростите выражение $(\cos x - \sin x)^2 + 2 \sin x \cdot \cos x$.

1. 1 2. 2 3. $1 - 2 \sin 2x$ 4. $\cos 2x + \sin 2x$

A2. Упростите выражение $b^{-\frac{1}{3}} : b^{\frac{2}{9}}$.

1. $b^{-\frac{1}{9}}$ 2. $b^{-\frac{3}{2}}$ 3. $b^{\frac{1}{9}}$ 4. $b^{-\frac{5}{9}}$

A3. Вычислите: $-\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$.

1. 0,2 2. -0,2 3. -0,8 4. 0,8

A4. Найдите значение выражения $\log_3 9a$, если $\log_3 a = \frac{3}{10}$.

1. 0,6 2. 2,3 3. 2,7 4. 9,3

A5. Найдите все решения уравнения $3 \sin x + 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} + 3$.

1. $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2. $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
3. $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 4. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

A6. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $2 - \log_4 (x + 3) = \log_4 (x + 3)$.

1. $(-6; -4)$ 2. $(-4; -3)$ 3. $(-3; 4)$ 4. $(4; 6)$

A7. Решите неравенство $5^{3,5+x} \geq \frac{1}{125}$.

1. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ 2. $\left(-\infty; -\frac{13}{2}\right]$ 3. $(-\infty; 7]$ 4. $\left[-\frac{13}{2}; +\infty\right)$

A8. Решите неравенство $\frac{2x+14}{(x+4)(x-7)} \geq 0$.

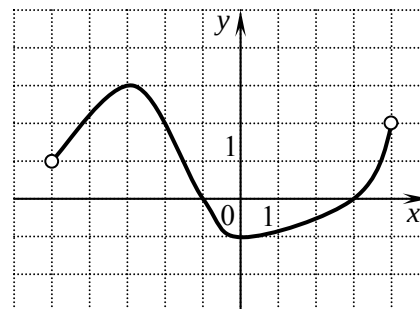
1. $(-7; -4) \cup (7; +\infty)$
2. $[-7; -4) \cup (7; +\infty)$
3. $(-\infty; -7] \cup (-4; 7)$
4. $(-\infty; -4) \cup [7; +\infty)$

A9. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения $x - \sqrt{2x^2 - 9x + 5} = 3$.

1. $(-\infty; 1]$
2. $(1; 2]$
3. $(2; 5]$
4. $(5; +\infty)$

A10. Функция задана графиком. Укажите область определения этой функции.

1. $[-5; -1) \cup (3; 4)$
2. $(-5; 4)$
3. $[-1; 3]$
4. $(-1; 3)$



A11. Найдите область определения функции $y = \log_{\pi}(3x^2 - 4x)$.

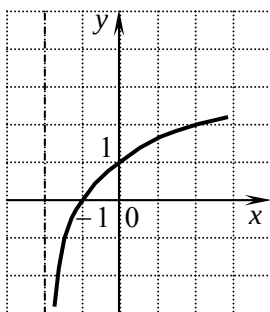
1. $\left(0; \frac{3}{4}\right)$
2. $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$
3. $\left[0; \frac{4}{3}\right]$
4. $(-\infty; 0] \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

A12. Найдите множество значений функции $y = -4 - \sin x$.

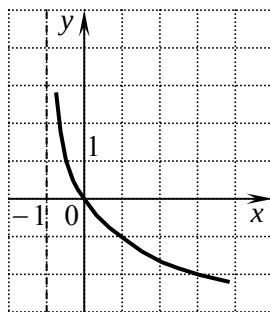
1. $[-3; 0]$
2. $[-4; 4]$
3. $[-5; -3]$
4. $(-\infty; +\infty)$

A13. Укажите график функции, заданной формулой $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$.

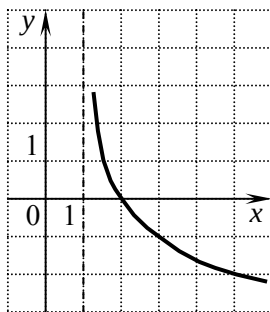
1.



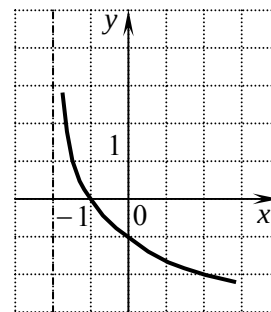
2.



3.



4.



A14. Найдите производную функции $h(x) = x^4 + \sin x$.

1. $h'(x) = x^3 + \cos x$

2. $h'(x) = \frac{x^5}{5} + \cos x$

3. $h'(x) = 4x^3 + \cos x$

4. $h'(x) = 4x^3 - \cos x$

A15. Для функции $f(x) = 2e^x$ укажите первообразную F , график которой проходит через точку $M(0; 24)$.

1. $F(x) = e^x + 24$

2. $F(x) = 2e^x + 22$

3. $F(x) = 2e^x + 24$

4. $F(x) = 2x \cdot e^x + 24$

A16. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 4x - 3 \ln x$ в его точке с абсциссой $x_0 = 3$.

1. 1

2. 11

3. 3

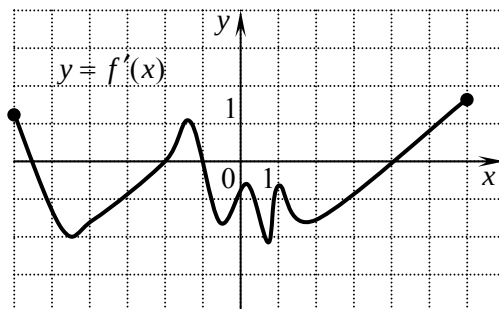
4. 4

Часть 2

Ответом на задания **B1—B10** будет некоторое число. Укажите его в бланке ответов рядом с номером задания. Если ответ получился в виде дроби, то ее надо округлить до ближайшего целого числа. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Пусть $(x_0; y_0)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{x^2 - 8x + 16} - 1, \\ 3x - y = 1. \end{cases}$ Найдите разность $x_0 - y_0$.

B2. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на отрезке $[-6; 6]$. Исследуйте функцию $y = f(x)$ на монотонность и укажите в ответе число промежутков убывания.



B3. Найдите значение выражения $\left(2 \log_{25} \frac{8}{5} - \log_5 8 + 3\right) \cdot 6^{2 \log_6 3}$.

B4. Найдите наименьшее целое значение функции $y = \frac{5}{3} \sqrt{5 \cos^2 x - 4 \sin^2 x + 20}$.

B5. Определите число корней уравнения $\operatorname{tg} x \cdot \cos x = \sin x + \cos 3x$ на отрезке $[0; 2\pi]$.

B6. Найдите все значения a , при которых функция $y = \sqrt[9]{5x^2 - (2 - a)x + 2 - 4a}$ имеет минимум в точке $x_0 = \frac{1}{2}$.

В7. За год стипендия студента увеличилась на 32%. В первом полугодии стипендия увеличилась на 10%. Определите, на сколько процентов увеличилась стипендия во втором полугодии.

В8. Одиннадцатый член арифметической прогрессии равен -17 , а сумма первых сорока восьми членов равна -2112 . Найдите сумму третьего, одиннадцатого и двадцатого членов этой прогрессии.

В9. Основание пирамиды $MABC$ — треугольник ABC , в котором $AB = BC$, $AC = \sqrt{15}$, $\angle ABC = 120^\circ$. Боковые ребра образуют с плоскостью основания равные углы. Найдите объем пирамиды, если $AM = \sqrt{53}$.

В10. В треугольнике BCE медиана BM равна 3, $CE = 4\sqrt{2}$, $BE = 5$. Найдите сторону BC .

Часть 3

Для каждого задания **С1—С4** в специальном бланке приведите решение и укажите правильный ответ.

С1. Решите уравнение $\sqrt{25 - \frac{11}{\log_x 10}} = 10 \cdot \lg \left(10^{\frac{2}{5}} \cdot \left(\frac{x}{10} \right)^{-0,1} \right)$.

С2. Найдите все значения p , при которых уравнение $5 - 3 \cos x = p \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 x)$ имеет хотя бы один корень.

С3. В правильную треугольную призму, площадь боковой поверхности которой равна 20, вписан цилиндр. Расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно $3\sqrt{3}$. Найдите объем цилиндра.

С4. Найдите все значения a , при которых область определения функции

$$y = \log_7 ((\sqrt{a})^{2x+10} + (x^2 \cdot \sqrt{x})^2 \cdot a^4 - x^{5+x \log_x a} - (a^3)^{\log_2 8})$$

содержит ровно три натуральных числа.