

Единый государственный экзамен по математике, 2005 год

Часть 1

К каждому заданию А1—А10 дано несколько ответов, из которых только один верный. Укажите в бланке ответов выбранный Вами номер правильного ответа (поставив значок «×» в соответствующей клеточке бланка под каждым номером задания).

А1. Внесите множитель под знак корня $9\sqrt[7]{q^3}$.

1. $\sqrt[7]{9^8 q^3}$ 2. $\sqrt[7]{9q^{21}}$ 3. $\sqrt[7]{9^7 q^{21}}$ 4. $\sqrt[7]{9^7 q^3}$

А2. Найдите значение выражения $\frac{c^{2,7}}{c^{-0,3}}$ при $c = 2$.

1. 6 2. 8 3. 512 4. $2^{2,4}$

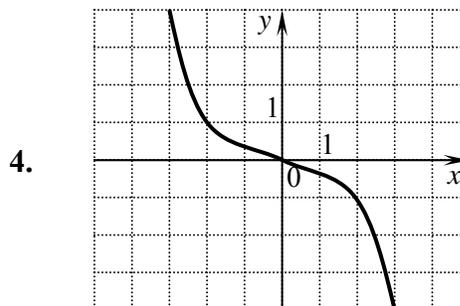
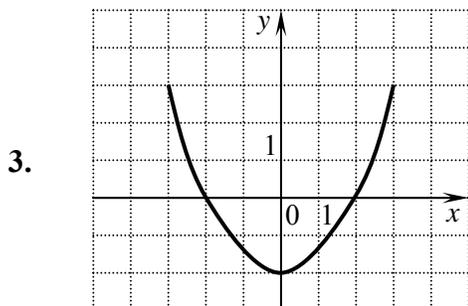
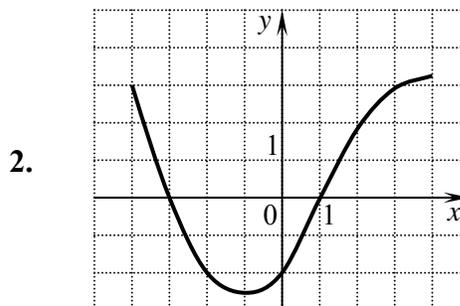
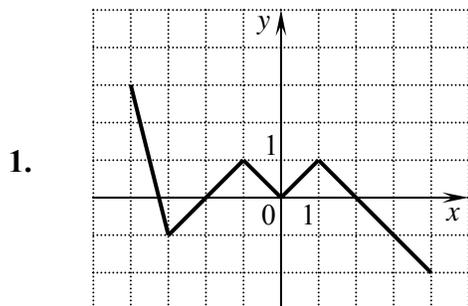
А3. Найдите значение выражения $2 \cdot 1,3^{\log_{1,3} 26}$.

1. 2,6 2. 2 3. 52 4. 40

А4. Упростите выражение $-4\sin^2 \alpha + 5 - 4\cos^2 \alpha$.

1. 1 2. 9 3. $1 + 8\sin^2 \alpha$ 4. $1 + 8\cos^2 \alpha$

А5. На одном из рисунков изображен график нечетной функции. Укажите этот рисунок.



A6. Найдите множество значений функции $y = \frac{3}{2} + \log_{\frac{1}{4}} x$.

1. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ 2. $(0; +\infty)$ 3. $(-\infty; +\infty)$ 4. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

A7. Решите неравенство $\left(\frac{1}{8}\right)^{5x+12} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{7x}$.

1. $(-\infty; 1]$ 2. $[6; +\infty)$ 3. $(-\infty; 6]$ 4. $[1; +\infty)$

A8. Решите неравенство $\frac{3x^2 + 3x}{x-5} \leq 0$.

1. $[-1; 0] \cup (5; +\infty)$ 2. $(-\infty; -1) \cup (0; 5)$
3. $(-\infty; -1] \cup (5; +\infty)$ 4. $(-\infty; -1] \cup [0; 5)$

A9. Решите уравнение $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

1. $\pm \frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2. $\pm \frac{\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
3. $(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ 4. $(-1)^k \frac{\pi}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

A10. Найдите производную функции $y = -3,6x^2 \cdot \cos x$.

1. $y' = -7,2x \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$ 2. $y' = -7,2x \cdot \cos x - 3,6x^2 \cdot \sin x$
3. $y' = -1,2x^3 \cdot \cos x + 3,6x^2 \cdot \sin x$ 4. $y' = 7,2x \cdot \sin x$

Ответом на задания **B1—B3** будет некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Укажите его в бланке ответов рядом с номером задания. Единицы измерений писать не нужно.

B1. Решите уравнение $\log_6 x = \log_6 5 + \log_6 4$.

B2. Решите уравнение $\sqrt{2x+7} = x-4$.

B3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 8x - 5$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

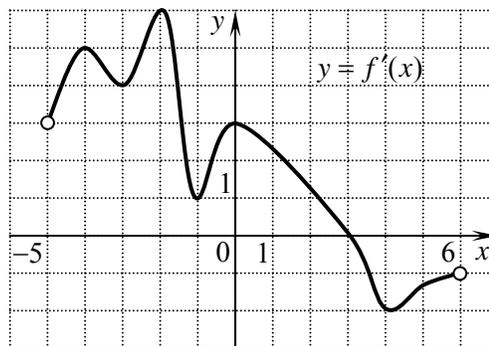
Часть 2

Ответом на задания **В4—В11** будет некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Укажите его в бланке ответов рядом с номером задания. Единицы измерений писать не нужно.

В4. Вычислите: $\sqrt[3]{7+2\sqrt{6}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{6}-7} \cdot \sqrt[3]{40}$.

В5. Найдите значение выражения $3\sqrt{2} \sin 2x$, если $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$.

В6. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 6)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



В7. Найдите сумму всех корней уравнения $\sqrt{9-3x} \cdot \lg(17-x^2) = 0$.

В8. Найдите значение функции $y = f(x) \cdot g(-x) - f(-x)$ в точке x_0 , если известно, что функция $y = f(x)$ четная, функция $y = g(x)$ нечетная, $f(x_0) = -3$, $g(x_0) = -2$.

В9. В бидон налили 4 литра молока трехпроцентной жирности и 6 литров молока шестипроцентной жирности. Сколько процентов составляет жирность молока в бидоне?

В10. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы равно стороне ее основания. Расстояние между серединами непараллельных ребер, принадлежащих разным основаниям, равно $3\sqrt{6}$. Найдите объем призмы.

В11. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC высоты BE и CH пересекаются в точке K , причем $BH = 6$, $KH = 3$. Найдите площадь треугольника CBK .

Для каждого задания **С1—С2** в специальном бланке приведите решение и укажите правильный ответ.

С1. Найдите все значения x , для которых точки графика функции $y = \frac{\log_{0,7}^2(23+4x)}{45-4x}$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = \frac{83}{4x-45}$.

С2. Решите уравнение $\sqrt{(3-6^x)^2} + \sqrt{(6+6^x)(11-6^x)} = 6^x - 3$.

Часть 3

Для каждого задания **С3—С5** в специальном бланке приведите решение и укажите правильный ответ.

С3. Найдите положительные значения a , при каждом из которых наименьшее из двух чисел $b = 6a^2(2a^{-2} - a) - a^6$ и $c = a^{-6} - 6a^{-3} + 1$ не меньше -4 .

С4. Через центр O данной сферы проведено сечение. Точка F выбрана на сфере, а точки A, B, C, D — последовательно на окружности сечения так, что объем пирамиды $FABCD$ наибольший. Точки M, T, L — середины ребер FB, CD и AD соответственно. Площадь треугольника MLT равна $64\sqrt{5}$. Найдите радиус сферы.

С5. Даны два уравнения:

$$\frac{x^3 + (6p + 13)x + 4}{x - 1} = x^2 + p$$

и

$$4 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{x+6}\right) = 14 - (3 + 4(p+1)^{-2})x.$$

Значение параметра p выбирается так, что $p \neq -1$ и при умножении числа различных корней первого уравнения на число различных корней второго уравнения получается число $p + 3$. Решите второе уравнение при каждом значении параметра, выбранном таким образом.