

«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ, 2006 год
тест готовности к продолжению образования

I. Верно ли, что $A=1$?

- 1) $A = \frac{18,05}{7\frac{1}{30} + 11\frac{1}{60}}$.
- 2) $A = \frac{(2+\sqrt{3})^4 - (2-\sqrt{3})^4}{56\sqrt{3}}$.
- 3) $A = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{72} - \frac{1}{4}\sqrt{8} + \frac{1}{10}\sqrt{50}}{2\sqrt{2}}$.
- 4) $A = \frac{1}{8} \cdot 16^{\frac{1}{\log_3 4}}$.
- 5) $A = 4\sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$.

II. Верно ли утверждение?

- 1) Если число чётно, то и произведение его цифр чётно.
- 2) Произведение двух простых чисел не может быть простым числом.
- 3) Если положительное число увеличить на 300%, то оно увеличится в 3 раза.
- 4) Сумма любых двух иррациональных чисел иррациональная.
- 5) Если каждое из двух чисел больше, чем 1,9, то их произведение не может быть меньше, чем их сумма.

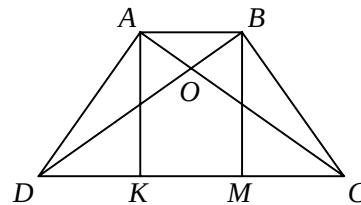
III. Верно ли утверждение?

- 1) Если вокруг трапеции можно описать окружность, то эта трапеция — равнобедренная.
- 2) Если в четырехугольнике ровно 2 прямых угла, то он — трапеция.
- 3) Если все стороны одного четырехугольника равны соответствующим сторонам другого четырехугольника, то эти четырехугольники равны.
- 4) Существует неравнобедренный треугольник периметра 6, все стороны которого — целые числа.
- 5) Если четырехугольник P лежит внутри четырехугольника Q , то периметр P меньше периметра Q .

IV. Верно ли числовое неравенство?

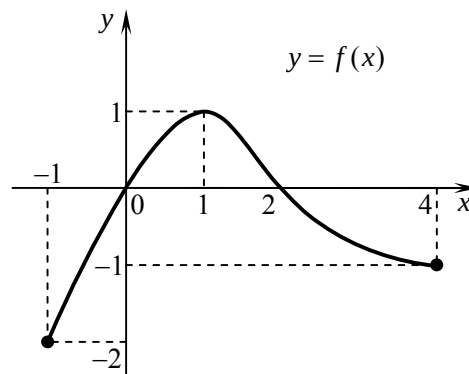
- 1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$.
- 2) $\lg 1,01 > \log_2 1,01$.
- 3) $\sin\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) < \cos\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)$.
- 4) $\cos^2\frac{6\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} + \frac{1}{2} > 0$.
- 5) $4^{100} + 5^{100} > 2^{100} + 7^{100}$.

V. $ABCD$ — равнобедренная трапеция, $AB = 10$, $CD = 26$, диагонали пересекаются в точке O и перпендикулярны боковым сторонам, а отрезки AK и BM перпендикулярны основаниям трапеции. Верно ли утверждение?



- 1) $\angle DAK = \angle BAC$.
- 2) Высота трапеции равна 12.
- 3) Отношение площадей треугольников AOB и DOC равно 5:13.
- 4) Радиус окружности, проходящей через точки A , B и C , равен 12.
- 5) $\frac{\sin \angle BDA}{\sin \angle BAC} < \frac{5}{7}$.

VI. На чертеже изображен график функции $f(x)$ определенной на отрезке $[-1; 4]$. Пусть $g(x) = x - 1$. Верно ли утверждение?



- 1) Функция $f(x) + g(x)$ возрастает на отрезке $[-1; 1]$.
- 2) $g(f(4)) < 0$.
- 3) Произведение $f(x) \cdot g(x)$ отрицательно тогда и только тогда, когда $x \in (0; 1)$.
- 4) Если функция $h(x)$ такова, что $h'(x) = f(x)$, то $h(x)$ возрастает на интервале $(-1; 1)$.
- 5) Функция $f'(x)$ убывает на отрезке $[0; 1]$.

VII. Верно ли, что при некотором значении параметра a равенство справедливо при всех допустимых значениях x ?

- 1) $\frac{5x+4}{5x-1} = 1 + \frac{a}{5x-1}$.
- 2) $ax^2 + (a-1)x + a = 0$.
- 3) $\sqrt{x^2 + 2x + a} = x + 1$.
- 4) $\cos^2 x - \sin^2 2x - \cos^2 x \cdot \cos 2x = a \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.
- 5) $a(x^2 + 1) = \log_{101}(a^{x^2+1})$.

VIII. Пусть M — множество всех корней уравнения $(x^2 - 6x + 8)\sqrt{9 - x^2} \cdot \lg x = 0$. Верно ли, что все корни уравнения $f(x) = 0$ лежат в множестве M ?

- 1) $f(x) = \sqrt{9 - x^2} \cdot \lg x$.
- 2) $f(x) = (x^2 - 6x + 8)\sqrt{9 - x^2}$.
- 3) $f(x) = (x^2 - 3x + 5)(3 - 4x)$.
- 4) $f(x) = |x - 2| - |x - 5| - 1$.
- 5) $f(x) = \sin(\pi x)\sqrt{9 - x^2} \cdot \lg x$.

IX. Парабола — это график функции вида $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Верно ли утверждение?

- 1) Некоторые две параболы имеют ровно 3 точки пересечения.
- 2) Некоторая парабола имеет ровно 3 точки пересечения с графиком функции $y = \frac{1}{x}$.
- 3) Если ветви параболы направлены вниз, то она пересекает график функции $y = x + |x|$ не более двух раз.
- 4) Если ветви параболы направлены вверх, то она обязательно пересекает график функции $y = 2^x$.
- 5) Некоторая парабола пересекает график функции $y = \cos x$ ровно 11 раз.

X. Верно ли, что не менее трех натуральных чисел удовлетворяют следующему неравенству?

- 1) $x^2 - x - 1 > 0$.
- 2) $\frac{2x+3}{3-4x} > 1$.
- 3) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12} \leq 0$.
- 4) $\lg x < x - 2$.
- 5) $\operatorname{tg} \pi x > \frac{1}{\sqrt{3}}$.

XI. Верно ли утверждение?

- 1) Если в арбузе диаметра 30 см одну треть объема составляет корка, то толщина этой корки больше 5 см.
- 2) Если из геометрической прогрессии со знаменателем 2 вычеркнуть все члены, номера которых не делятся на 3, то получится геометрическая прогрессия со знаменателем 8.
- 3) Если $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ — арифметическая прогрессия с разностью 5 и $a_1 = 8$, то при всех n верно неравенство $a_n(n+8) > 5n^2$.
- 4) Квадрат любой нечетной функции — четная функция.
- 5) Существует более 900 различных квадратных трехчленов, все коэффициенты которых — натуральные числа, не превосходящие 9.

XII. В пирамиде $SABCD$ основание $ABCD$ — квадрат со стороной 1, а ребро SB перпендикулярно плоскости основания и тоже равно 1. Верно ли утверждение?

- 1) $SD = \sqrt{3}$.
- 2) Треугольники SBD и SCD равны между собой.
- 3) Угол SDA равен 60° .
- 4) Угол между плоскостями SAD и SCD равен 150° .
- 5) Из трех таких пирамид нельзя сложить куб с ребром 1.

«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ, 2006 год
тест готовности к продолжению образования

Ответы к тесту

- I.** 1) да; 2) нет; 3) да; 4) нет; 5) да.
- II.** 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) нет.
- III.** 1) да; 2) нет; 3) нет; 4) нет; 5) нет.
- IV.** 1) да; 2) нет; 3) да; 4) да; 5) нет.
- V.** 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) да.
- VI.** 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) да.
- VII.** 1) да; 2) нет; 3) нет; 4) да; 5) нет.
- VIII.** 1) да; 2) нет; 3) нет; 4) нет; 5) да.
- IX.** 1) нет; 2) да; 3) да; 4) да; 5) да.
- X.** 1) да; 2) нет; 3) нет; 4) да; 5) нет.
- XI.** 1) нет; 2) да; 3) да; 4) да; 5) нет.
- XII.** 1) да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) да.