

«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ, 2010 год
тест готовности к продолжению образования

I. Верно ли неравенство?

1) $\pi^2 - 4 < \pi + 2$

2) $\sin \frac{\pi}{10} > \cos \frac{\pi}{10}$

3) $\lg \sin 2 < 0$

4) $2^{\frac{10}{3}} > 10$

5) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{6}}$

II. Справедливо ли тождество?

6) $\frac{1}{x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{2}{x^4 - 1}$

7) $2^x \cdot 8^2 = 4^{3x}$

8) $\lg^2(10x) = \lg^2 x + \lg x^2 + 1$

9) $2 + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$ при $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$

10) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1 = (x^2 + 5x + 5)^2$

III. Верно ли утверждение?

11) В геометрической прогрессии со знаменателем, равным -2 , среднее арифметическое первых трех членов равно второму члену.

12) Если a_1, a_2, \dots — арифметическая прогрессия, то все точки с координатами $(n; a_n)$ лежат на одной прямой.

13) 23% от 20 сотен — это тоже самое, что 2% от 23 тысяч.

14) Если цена товара была уменьшена на 10%, то, чтобы вернуться к прежней цене, придется ее увеличить более чем на 11%.

15) Если радиус первого арбуза на 25% меньше, чем радиус второго, то отношение объема второго к объему первого меньше, чем 2.

IV. Верно ли, что каждое из чисел 1, 2, 3, ..., 10 удовлетворяет неравенству?

16) $x^2 - 10x - 11 < 0$

19) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{10} \leq 0$

17) $(x-1)(x-5)(x-7) \geq 0$

20) $10\sin x + 5^x > 10$

18) $\left| \frac{x+5}{x+2} - 1 \right| \geq \frac{1}{4}$

V. Верно ли утверждение?

21) Любой прямоугольник имеет четыре оси симметрии.

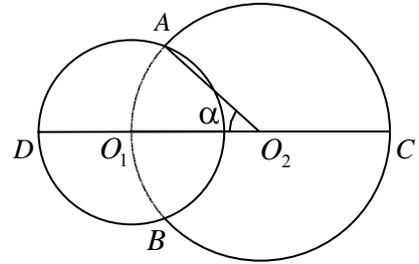
22) Внутренний угол правильного 361-угольника меньше 179° .

23) Если прямые a и b параллельны, а прямые b и c скрещиваются, то прямые a и c тоже скрещиваются.

24) Если в треугольнике медиана меньше половины стороны, к которой она проведена, то этот треугольник тупоугольный.

25) Если три серединных перпендикуляра к трем сторонам четырехугольника пересекаются в одной точке, то через эту точку проходит и серединный перпендикуляр к четвертой стороне.

VI. Большая окружность (с центром O_2) проходит через центр O_1 меньшей окружности, A и B — точки пересечения окружностей, отрезок DC меньшей окружности равен 1, $\angle AO_2O = \alpha$. Верно ли утверждение?



26) $\angle O_1AB = \angle O_1CB$.

27) Прямая AC — касательная к меньшей окружности.

28) Треугольник O_1AB подобен треугольнику O_2AC .

29) Площадь треугольника O_1AO_2 равна $\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

30) Если $AD = AO_2$, то $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

VII. Верно ли, что все корни уравнения лежат на отрезке $[-2; 3]$?

31) $x^2 + 5x - 8 = 0$

34) $2 \lg = \lg(x + 2)$

32) $x^3 + 3x^2 - x = 0$

35) $2^{x-2} + \sqrt{2x-1} = 4$

33) $\sqrt{10-x^2} = x$

VIII. Верно ли утверждение о функциях $f(x) = \log_2(x+1)$ и $g(x) = 1-x^2$?

36) Функции $f(x)$ и $f(x) \cdot g(x)$ имеют одинаковые области определения.

37) На интервале $(0; 1)$ обе функции $f(x)$ и $g(x)$ возрастают.

38) Уравнение $f(x) = g(x)$ не имеет корней.

39) Функция $f(x) - g(x)$ возрастает при $x > 0$.

40) Если $h(x) = (\sqrt{g(x)})'$, то область значений $h(x)$ — множество всех действительных чисел.

IX. Верно ли утверждение?

41) Прямые $4x + 2y - 6 = 0$ и $y = -2x + 3$ совпадают.

42) Касательная к параболе $y = x^2$ в точке $(2; 4)$ параллельна прямой $y = 2x + 1$.

43) Тангенс угла между прямыми $y = 2x$ и $y = \frac{1}{2}x$ равен $\frac{3}{4}$.

44) Существует касательная к параболе $y = x^2$, которая проходит через точку с координатами $(10; 101)$.

45) Если область определения функции $y = f(x)$ — отрезок $[-3; 4]$, то область определения функции $y = f(3-2x)$ — это отрезок $[1; 3]$.

X. Верно ли утверждение?

46) Параболы $y = x^2 + 2x - 3$ и $y = x^2 - x + 6$ пересекаются в двух точках

47) Неравенство $x^2 + y^2 \geq 2y - 1$ верно при всех значениях x и y .

48) Если $a > 5$, то вершина параболы $y = ax^2 + 2ax + 5$ лежит в третьей четверти.

49) Существует ровно 2 значения параметра a , при которых оба корня квадратного уравнения $x^2 + ax - 15 = 0$ целые.

50) Все параболы вида $y = x^2 + 3ax + a$ проходят через одну точку.

XI. Верно ли утверждение?

51) Если $s = \frac{1}{1+t} + \frac{1}{1-t}$, то $st^2 = s - 2$.

52) Неравенства $\lg(\sin x) \leq 0$ и $\sin x > 0$ равносильны.

53) Если 15 больших блокнотов стоят столько же, сколько 25 маленьких, то этих же денег хватит на покупку 10 больших блокнотов и 10 маленьких.

54) Если $a > \sqrt{2}$, то система $\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + (y-a)^2 = 1 \end{cases}$ не имеет решений.

55) Уравнения $2x^3 + 3x^2 - 12x + 4 = 0$ и $2x^3 + 4x^2 - 14x + 5 = 0$ имеют общий корень.

ХII. В прямую четырехугольную призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ вписан шар радиуса R . Верно ли утверждение?

56) В эту призму можно вписать цилиндр.

57) $AD + BC = AB + DC$

58) Если V — объем призмы, а S — площадь ее основания, то $V = 4RS$.

59) Площадь боковой поверхности призмы в 2 раза больше площади основания.

60) Объем такой призмы может быть в 100 раз больше объема вписанного в нее шара.

«КЕНГУРУ» — ВЫПУСКНИКАМ, 2010 год
тест готовности к продолжению образования

Ответы к тесту

- I.** 1) нет; 2) нет; 3) да; 4) да; 5) нет.
II. 6) нет; 7) нет; 8) да; 9) да; 10) да.
III. 11) нет; 12) да; 13) да; 14) да; 15) нет.
IV. 16) да; 17) нет; 18) да; 19) нет; 20) да.
V. 21) нет; 22) нет; 23) нет; 24) да; 25) да.
VI. 26) да; 27) да; 28) да; 29) нет; 30) нет.
VII. 31) нет; 32) нет; 33) да; 34) да; 35) да.
VIII. 36) да; 37) нет; 38) нет; 39) да; 40) да.
IX. 41) да; 42) нет; 43) да; 44) нет; 45) да.
X. 46) нет; 47) да; 48) да; 49) нет; 50) да.
XI. 51) да; 52) да; 53) нет; 54) да; 55) нет.
XII. 56) да; 57) да; 58) нет; 59) нет; 60) да.