

Санкт–Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики – процессов управления
1996-1997 учебный год

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ВТОРОЙ ЗАОЧНЫЙ ТУР

1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 y^3 + x^3 y^2 = 12, \\ x^2 y^3 - x^3 y^2 = 4. \end{cases}$$
2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + xy = 19, \\ xy(x + y) = 84. \end{cases}$$
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y), \\ x^3 + y^3 = 7(x + y). \end{cases}$$
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 13, \\ xy - \frac{1}{xy} - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 12. \end{cases}$$
5. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}}, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1. \end{cases}$$
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \frac{5}{2}\sqrt[6]{xy}, \\ x + y = 10. \end{cases}$$
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 8\sqrt{x^2 - y^2} = x + 9y, \\ x^4 + 2x^2y + y^2 + x = 2x^3 + 2xy + y + 506. \end{cases}$$
8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{y^2 - b^2}} + \frac{y^2 - b^2}{a^2 - x^2} + \sqrt{\frac{a^2 + x^2}{y^2 + b^2}} + \frac{y^2 + b^2}{a^2 + x^2} = 4, \\ xy = ab, \\ a \neq 0, b \neq 0. \end{cases}$$
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (1 + x)(y + z) = 2yz, \\ (1 + y)(x + z) = 2zx, \\ (1 + z)(x + y) = z^2 - 2xy. \end{cases}$$
10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 3x(x + 1) + 3y(y + 1) = a, \\ y^3 + z^3 + 3y(y + 1) + 3z(z + 1) = b, \\ z^3 + x^3 + 3z(z + 1) + 3x(x + 1) = c. \end{cases}$$