

Санкт–Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики – процессов управления
1996-1997 учебный год

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ВТОРОЙ ОЧНЫЙ ТУР

1. Решите уравнение $\sin^4 x \cdot \cos^2 x + \sin^2 x \cdot \cos^4 x = \sin^3 x \cdot \cos^3 x + \sin x \cdot \cos^5 x$.
2. Решите уравнение $\sin(\pi x) \cdot \sin(3\pi x) = \frac{1}{2}$.
3. Решите уравнение $\sin^4(\pi x) + \cos^4(\pi x) = \sin(2\pi x)$.
4. Решите уравнение $a \operatorname{ctg}(mx + \alpha) \cdot \cos(mx + \alpha) + b \sin(mx + \alpha) + c \cos(mx + \alpha) = 0$.
5. Решите неравенство $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + x\right) < \sqrt{\frac{8\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}$.
6. Решите неравенство $e^{\operatorname{ctg} x} + \sqrt{2e^{\operatorname{ctg} x}} > 2$.
7. Решите неравенство $\cos^2 \frac{2\pi}{5} + \cos^2(\pi x) + \cos^2\left(\pi\left(\frac{2}{5} + x\right)\right) < 1 + 2 \cos \frac{2\pi}{5} \cos\left(\pi\left(\frac{2}{5} + x\right)\right)$.