

**Санкт–Петербургский государственный университет**  
факультет прикладной математики – процессов управления  
1997-1998 учебный год

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ВТОРОЙ ЗАОЧНЫЙ ТУР**

1. Периметр прямоугольного треугольника равен  $2p$ , а гипотенуза равна  $c$ . Определите площадь круга, вписанного в треугольник.
2. Вычислите площадь прямоугольной трапеции, если ее острый угол равен  $60^\circ$ , меньшее основание равно  $a$  и большая боковая сторона равна  $b$ .
3. Для треугольника  $ABC$  с длинами сторон 15, 14, 13 вычислите площадь треугольника, заключенного между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины  $B$ .
4. Диагональ равнобедренной трапеции равна 10, а площадь равна 48. Найдите высоту трапеции.
5. Даны два правильных треугольника площади  $S$ , из которых второй получен при повороте первого треугольника вокруг его центра на угол  $30^\circ$ . Найдите периметр общей части.
6. Полная поверхность конуса равна  $S$ , образующая его наклонена к плоскости основания под углом  $\beta$ . Найдите объем конуса.
7. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна  $l$  и составляет со стороной основания угол  $\alpha$ . Определите объем призмы.
8. Объем правильной четырехугольной пирамиды равен  $V$ . Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Определите полную поверхность пирамиды.
9. В конус вписан шар. Образующая конуса наклонена к основанию под углом  $\alpha$ , а площадь основания равна  $S$ . Определите объем конуса, отсекаемого от данного плоскостью круга, по окружности которого поверхность шара касается боковой поверхности конуса.
10. Основанием пирамиды является треугольник, два угла которого равны  $\alpha$  и  $\beta$ , а радиус описанной окружности равен  $R$ . Каждое боковое ребро пирамиды наклонено к плоскости основания под углом  $\varphi$ . Определите объем этой пирамиды.