

Санкт-Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики – процессов управления
1997-1998 учебный год

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПЕРВЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТУР

1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y + xy = 19, \\ xy(x + y) = 84. \end{cases}$$
2. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32, \\ 12(x + y) = 7xy. \end{cases}$$
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y), \\ x^3 + y^3 = 7(x + y). \end{cases}$$
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 13, \\ xy - \frac{1}{xy} - \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 12. \end{cases}$$
5. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x^5 + y^5}{x^3 + y^3} = \frac{31}{7}, \\ x^2 + xy + y^2 = 3. \end{cases}$$
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + y = a, \\ x^4 + y^4 = b^4. \end{cases}$$
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 8\sqrt{x^2 - y^2} = x + 9y, \\ x^4 + 2x^2y + y^2 + x = 2x^3 + 2xy + y + 506. \end{cases}$$
8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \frac{5}{2}\sqrt[6]{xy}, \\ x + y = 10. \end{cases}$$
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{1 - 16y^2} - \sqrt{1 - 16x^2} = 2(x + y), \\ x^2 + y^2 + 4xy = \frac{1}{5}. \end{cases}$$
10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 - y^2}} = \frac{5 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}}, \\ x^3 + 2y^3 = 118. \end{cases}$$
11. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{y^2 - b^2} + \frac{y^2 - b^2}{a^2 - x^2}} + \sqrt{\frac{a^2 + x^2}{y^2 + b^2} + \frac{y^2 + b^2}{a^2 + x^2}} = 4, \\ xy = ab, \\ a \neq 0, b \neq 0. \end{cases}$$

12. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y + z = 0, \\ xz - xy - yz = -7, \\ xyz = 6. \end{cases}$$

13. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - y^2 - yz - z = 0, \\ x - y - y^2 - z^2 = 0, \\ x + y - y^3 - z = 0. \end{cases}$$

14. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 4xy + 6y^2 = 11, \\ x^2 + 4xz + 12z^2 = 9, \\ y^2 + 3yz + 2z^2 = 0. \end{cases}$$

15. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + 3x(x+1) + 3y(y+1) = a, \\ y^3 + z^3 + 3y(y+1) + 3z(z+1) = b, \\ z^3 + x^3 + 3z(z+1) + 3x(x+1) = c. \end{cases}$$