

Санкт–Петербургский государственный университет  
факультет прикладной математики – процессов управления  
1997-1998 учебный год

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ОЧНЫЙ ТУР

1. Представьте в виде произведения разность  $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ . (5 баллов.)
2. Найдите двузначное число, равное утроенному произведению его цифр. (15 баллов.)
3. Покажите, что при любом  $n$  выражение  $n^3 + 11n$  делится на 6. (5 баллов.)
4. Решить уравнение  $1 + a + a^2 + \dots + a^x = (1 + a)(1 + a^2)(1 + a^4)(1 + a^8)(1 + a^{16})(1 + a^{32})$ , где  $a$  — постоянное натуральное число. (30 баллов.)
5. Решите уравнение  $\sqrt{\frac{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{x^2}}} - \sqrt{\frac{\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{a^2}}} = 2\sqrt[n]{x}$ . (20 баллов.)
6. Из конца  $B$  отрезка  $AB$ , равного  $a$ , проведен к нему перпендикуляр, на котором взяты точки  $C$  и  $D$  так, что  $BC = 2AB$  и  $CD = AB$ . Найти сумму углов  $ACB$  и  $ADB$ . (5 баллов.)
7. Начертите множество точек на плоскости, координаты которых удовлетворяют уравнению  $|2y - 1| + |2y + 1| + \frac{4}{\sqrt{3}}|x| = 4$ . (20 баллов.)