Санкт–Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики – процессов управления
1998-1999 учебный год

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВТОРОЙ ОЧНЫЙ ТУР

1. Даны две функции $x(t)=\dfrac{t^2+1}{t^2-1}$, $y(t)=\dfrac{t^4+1}{t^4-1}$. Найдите выражение функции $y(x)$ и постройте ее график.
2. Найдите точки пересечения кривой $y=\operatorname{tg}\left(5\pi\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right)$ с прямой $y=1$.
3. Постройте график функции
$$y(x)=\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}+\frac{1}{(x+4)(x+5)}.$$
4. Постройте множество точек на плоскости, координаты которых связаны уравнением $x^2+2x\sin(xy)+1=0$.
5. Постройте множество точек на плоскости, координаты которых связаны уравнением $\dfrac{1-\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}x}=\operatorname{tg}y$.
6. Вычислите площадь многоугольника, координаты вершин которого находятся из системы уравнений $\begin{cases}\dfrac{x+\sqrt{x^2-y^2}}{x-\sqrt{x^2-y^2}}+\dfrac{x-\sqrt{x^2-y^2}}{x+\sqrt{x^2-y^2}}=\dfrac{17}{4},\\ x(x+y)+\sqrt{x^2+xy+4}=52.\end{cases}$.
7. Найдите площадь четырехугольника, координаты вершин которого находятся из решения в целых числах уравнения $1!+2!+3!+\ldots+x!=y^2$.