

Санкт-Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики – процессов управления
2002-2003 учебный год

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

1. Найдите сумму корней уравнения $x^x + 139x^{-x} - 108x^{-2x} = 32$.
2. Решите неравенство $\frac{2x}{\sqrt{2x+9}} < \sqrt{2x+1} - 1$.
3. Каково должно быть k для того, чтобы неравенство $\left| \frac{x^2 - kx + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$ было справедливо при любом x ?
4. Вычислите $\sin \frac{\pi}{14} \cdot \sin \frac{3\pi}{14} \cdot \sin \frac{5\pi}{14}$.
5. Решите уравнение $e^{\operatorname{ctg} x} + \sqrt{2e^{\operatorname{ctg} x}} - 2 = 0$.
6. Решите уравнение $\log_{2x} \left(\frac{2}{x} \right) \cdot \log_2^2 x + \log_2 x = 1$.
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_a x - \log_{a^2} y = m, \\ \log_{a^2} x - \log_{a^3} y = n. \end{cases}$$