Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 1998 год

математические классы

Работа 1

Вариант 1

1. Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x}(x+3y)=13, \\ \sqrt{y}(3x+y)=14. \end{cases}$
2. Решите неравенство $\log_{x+1}(2x^2-3x+1)\le 2$.
3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y=x^2e^{-x}$ и определите, в скольких точках данная функция принимает значение равное 0,64.
4. Для каждого значения параметра d решите уравнение $\sin x + d|\sin x| = 2$.
5. Множество K состоит из всех комплексных чисел z, таких, что $|z| = 2|\overline{z} - 3i + 6|$. Найдите все такие числа z_0, что для любых z_1 и z_2 из K $|z_1 - z_0| = |z_2 - z_0|$.
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 9x - 15$ и графиком той первообразной функции $y = 3x^2 - 3$, для которой данная прямая является касательной.

Вариант 2

1. Решите систему $\begin{cases} \sqrt{x}(x+2y)=19, \\ \sqrt{y}(y-2x)=21. \end{cases}$
2. Решите неравенство $\log_{1-x}(2x^2+3x+1) > 2$.
3. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $y = x\ln^2 x$ и определите, в скольких точках данная функция принимает значение равное 0,49.
4. Для каждого значения параметра l решите уравнение $|\cos x| - l\cos x = 5$.
5. Множество E состоит из всех комплексных чисел z, таких, что $3|\overline{z}| = |z - 8i + 4|$. Найдите все такие числа z_0, что для любых z_1 и z_2 из E $|z_1 - z_0| = |z_2 - z_0|$.
6. Найдите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 3x - 1$ и графиком той первообразной функции $y = x^2 + 2x$, для которой данная прямая является касательной.

Работа 2

Вариант 1

1. Решите уравнение $3|\cos x| + 2\cos x = 5|\sin x| - 3\sin x$.
2. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 3x + 4\sqrt{16 - x^2}$.
3. Решите неравенство $\log_{10-x}\left(\frac{19}{20} - x\right)^2 > 2\log_{x-8}(x-8)$.
4. Среди всех комплексных чисел z, таких, что $|z + 3 + 2i| = a$, есть ровно одно число z_0 такое, что аргумент z_0 равен $\frac{5\pi}{4}$. Найдите z_0.
5. При каких положительных значениях p площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = xe^{-2x}$ и прямыми $x = p$, $x = p + \frac{1}{2}$, наибольшая?
6. В урне 3 красных и 4 желтых шара. Какова вероятность, что вынутая наугад пара шаров будет одного цвета?

Вариант 2

1. Решите уравнение $7|\cos x| - 4\cos x = 5|\sin x| + 2\sin x$.
2. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 4x - 3\sqrt{9 - x^2}$.
3. Решите неравенство $\log_{x+2}(x^2 - x + 1) > \log_{\frac{x-3}{x-5}} 1$.
4. Среди всех комплексных чисел z, таких, что $|z + 2 - 3i| = a$, есть ровно одно число z_0 такое, что аргумент z_0 равен $\frac{3\pi}{4}$. Найдите z_0.
5. При каких отрицательных значениях p площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = (1 - x)e^x$ и прямыми $x = p$, $x = p + 1$, наибольшая?
6. В ряд разложено 2 синих, 2 красных и 3 желтых шара. Какова вероятность, что все желтые шары лежат рядом?