

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2002 год
математические классы

Вариант 1

1. Решите неравенство $\frac{2x^2 - 5x - 3}{3^x - 27} \leq 0$.
2. Решите уравнение $7 \cos 3x - 3 \cos x = 0$ и найдите его наименьший по модулю корень.
3. На комплексной плоскости изобразите множество всех чисел Z , удовлетворяющих неравенству $|(1+i)z - 2| \leq |1+7i|$.
4. Решите уравнение $\log_{x^4} \left(\frac{6x^2 - 5x}{x^3} \right)^4 = \sqrt{\log_x^2 (6x - 5) - 4 \log_x \left(\frac{6x - 5}{x} \right)}$.
5. Определите все такие значения параметра b , при которых касательная к графику функции $y = x^4 - bx^2 + 3x - 13$, проведенная в его точке с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.
6. Найдите все первообразные ($F(x)$) функции $f(x) = \cos 2x$, для которых выполняются два условия: на промежутке $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} \right)$ графики $f(x)$ и $F(x)$ не имеют общих точек и площадь фигуры, ограниченной этими графиками и прямыми $x = \frac{\pi}{2}$ и $x = \frac{3\pi}{4}$, равна 3.

Вариант 2

1. Решите неравенство $\frac{3x^2 + 5x - 2}{2^x - 0,25} \geq 0$.
2. Решите уравнение $5 \sin 3x + 2 \sin x = 0$ и найдите его наименьший по модулю корень.
3. На комплексной плоскости изобразите множество всех чисел Z , удовлетворяющих неравенству $|(1-i)z + 4| \geq |7-i|$.
4. Решите уравнение $\log_x \frac{3x-2}{x^2} = \sqrt{\log_x^2 (3x-2) + \log_{\sqrt{x}} \left(\frac{x}{3x-2} \right)}$.
5. Найдите все такие значения параметра c , при которых касательная к графику функции $y = x^4 + cx^2 - 2x + 11$, проведенная в его точке с абсциссой $x_0 = -1$, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.
6. Найдите все первообразные ($F(x)$) функции $f(x) = \sin 2x$, для которых выполняются два условия: на промежутке $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right)$ графики $f(x)$ и $F(x)$ не имеют общих точек и площадь фигуры, ограниченной этими графиками и прямыми $x = \frac{\pi}{4}$ и $x = \frac{\pi}{2}$, равна 3.

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2002 год
математические классы

Ответы к варианту 1

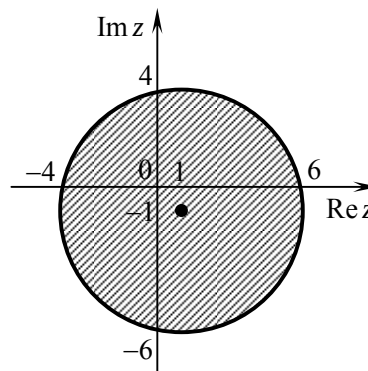
1. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \arccos \frac{\sqrt{42}}{7} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\};$

$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{42}}{7}$ — наименьший по модулю корень.

3. см. рисунок. 4. $\left(\frac{5}{6}; 1\right) \cup (1; 5]$. 5. $b < 2$. 6. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{11}{\pi}$ и

$F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{13}{\pi}$.



Ответы к варианту 2

1. $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

2. $\left\{\pi k; \pm \arcsin \frac{\sqrt{85}}{10} + \pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}; \quad x = 0$ —

наименьший по модулю корень. 3. см. рисунок. 4. $\left(\frac{2}{3}; 1\right) \cup (1; 2]$.

5. $c > -2$. 6. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{11}{\pi}$ и $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{13}{\pi}$.

