

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2003 год
математические классы

Вариант 1

1. Найдите пару комплексных чисел z_1 и z_2 , для которых одновременно выполняются соотношения $2\bar{z}_1 - 3z_2 = 1 + 7i$ и $4i \cdot z_1 + 3\bar{z}_2 = -1 + 17i$.
2. Решите неравенство $\log_{x+2}(2x^2 + x) \leq 2$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3^{-x}$, $y = \frac{x}{3}$ и осью ординат.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2}, \\ \cos x - \sin y = 1. \end{cases}$$
5. Существует ли касательная к графику функции $y = x^2 - x - |x|$, имеющая с графиком ровно две общие точки? Если да, напишите ее уравнение.
6. Изобразите множество точек $M(a; b)$ координатной плоскости Oab таких, что уравнение $\sqrt{x+2a} = \sqrt{3x^2 - bx + 2a}$ имеет ровно два различных корня.

Вариант 2

1. Найдите пару комплексных чисел z_1 и z_2 , для которых одновременно выполняются соотношения $3\bar{z}_1 - 2z_2 = 11 + 5i$ и $2z_1 - i \cdot \bar{z}_2 = 7 - i$.
2. Решите неравенство $\log_{2-x}(2x^2 - x) > 2$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2^x$, $y = 3 - x$ и осью ординат.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos x \cdot \cos y + \sin x \sin y = -\frac{1}{2}, \\ \sin x + \sin y = -1. \end{cases}$$
5. Существует ли касательная к графику функции $y = x - x^2 + 3|x|$, имеющая с графиком ровно две общие точки? Если да, напишите ее уравнение.
6. Изобразите множество точек $M(a; b)$ координатной плоскости Oab таких, что уравнение $\sqrt{x-3b} = \sqrt{2x^2 + ax - 3b}$ имеет ровно два различных корня.

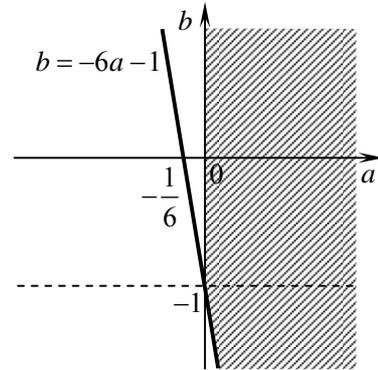
Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2003 год
 математические классы

Ответы к варианту 1

1. $(2+i; 1-3i)$. 2. $(-2; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 4]$. 3. $\log_3 \frac{e^4}{3}$.

4. $\left\{ \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi m; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right); \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi m; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \right); m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

5. $y = -x - \frac{1}{4}$. 6. см. рисунок.



Ответы к варианту 2

1. $(3+i; -1-i)$. 2. $(-\infty; -4)$. 3. $\log_4 \frac{32}{e^2}$.

4. $\left\{ \left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi m; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right); \left(-\frac{5\pi}{3} + 2\pi m; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right); m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

5. $y = x + \frac{9}{4}$. 6. см. рисунок.

