

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 1999 год
профильные классы

Вариант 1

1. Вычислите $\cos\left(\arcsin\frac{4}{5} + \arcsin\frac{5}{13} + \arcsin\frac{16}{65}\right)$. (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)
2. Решите уравнение $5\sin 3x + 2\sin x = 0$.
3. Решите неравенство $\frac{(2x-5)(32^{\frac{1}{x}}-4)}{(3^x-8)(x^4+4x+20)} \geq 0$.
4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций $f(x) = 4 - \sqrt{x+5} + 2\sqrt{x+4}$ и $g(x) = \sqrt{x+13} - 6\sqrt{x+4}$ совпадают.
5. Исследуйте функцию $y = \frac{\ln x}{x}$. (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.
6. Найдите все значения параметра a , при которых касательная к графику функции $y = x^4 - ax^2 + 3x + 1$, проведенная в точке графика с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

Вариант 2

1. Вычислите $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{2}{9}\right)$. (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)
2. Решите уравнение $7\cos 3x - 3\cos x = 0$.
3. Решите неравенство $\frac{(2x-3)(27^{\frac{1}{x}}-9)}{(2^x-5)(x^4-2x+10)} \leq 0$.
4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций $f(x) = 3 - \sqrt{x-3} + 2\sqrt{x-4}$ и $g(x) = \sqrt{x-4} - 4\sqrt{x-4}$ совпадают.
5. Исследуйте функцию $y = \frac{e^x}{1+x}$. (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.
6. Найдите все значения параметра a , при которых касательная к графику функции $y = x^4 + ax^2 - 2x - 3$, проведенная в точке графика с абсциссой -1 , имеет с этим графиком ровно одну общую точку.