

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2000 год
физико-математические классы

Вариант 1

1. Решите уравнение $\log_2^2(x-3)^2 + 2\log_2(6-2x) - 10 = 0$.
2. Вычислите $\arccos(\sin 5) + \arcsin(\cos 5)$.
3. Сумма сопротивлений трех проводников равна 14 Ом. Сопротивление первого проводника в 4 раза больше сопротивления второго проводника. Определите, при каком значении сопротивления третьего проводника общее сопротивление цепи, составленной параллельным соединением этих трех проводников, наибольшее. (Сопротивление R цепи параллельно соединенных проводников с сопротивлениями R_1 , R_2 и R_3 определяется из формулы $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$).
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = x^3 + 2x^2 - 2x + 11$ и $g(x) = x^2 + 8x + 3$.
5. Найдите наименьшее значение параметра b , при котором уравнение $2\sin x + 3\cos x = b$ имеет решения, и для этого значения b решите неравенство $3\sin x + 2\cos x > b$.
6. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 + 3x - 35} + \sqrt{2x^2 + x - 36} \leq |2x + 1|$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $16 - 9\log_3(3x - 6) + \frac{1}{2}\log_3^2(2 - x)^2 = 0$.
2. Вычислите $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 4) - \operatorname{arccotg}(-\operatorname{tg} 4)$.
3. Сумма емкостей трех конденсаторов равна 19 Ф. Емкость второго конденсатора в 2,25 раза меньше емкости третьего конденсатора. Определите, при каком значении емкости первого конденсатора емкость батареи, составленной последовательным соединением этих конденсаторов, наибольшая. (Емкость C батареи последовательно соединенных конденсаторов с емкостями C_1 , C_2 и C_3 определяется из формулы $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$).
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = x^3 + x^2 - 4x + 7$ и $g(x) = x^2 + 7x - 5$.
5. Найдите наибольшее значение параметра a , при котором уравнение $\sin x + 4\cos x = a$ имеет решения, и для этого значения a решите неравенство $4\sin x + \cos x < a$.
6. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 - 7x - 30} + \sqrt{2x^2 - 5x - 33} \leq |2x - 3|$.