Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2003 год

физико-математические классы

Вариант 1

1. Найдите наименьшее целое число x, удовлетворяющее неравенству $4^x + 6 \cdot 13^x \geq 13240$.
2. Решите уравнение $\sin x \cdot \sin 3x = \sin\frac{\pi}{7} \cdot \sin\frac{3\pi}{7}$.
3. Решите уравнение $\log_5^2 (x-3)^2 + 3\log_5(15-5x) - 10 = 0$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x}$ и $3x + 5y - 22 = 0$.
5. Найдите множество значений функции $y = 3x + \sqrt{7-2x}$.
6. Найдите все отрицательные значения a, для каждого из которых касательные к параболе $y = (x-1)^2$, проведенные через точку оси Oy с ординатой a, высекают на оси Ox отрезок длины 4.

Вариант 2

1. Найдите наибольшее целое число x, не удовлетворяющее неравенству $5^x + 4 \cdot 3^{x+1} \geq 6100$.
2. Решите уравнение $\cos x \cdot \cos 3x = \cos\frac{3\pi}{11} \cdot \cos\frac{9\pi}{11}$.
3. Решите уравнение $\frac{1}{2}\log_2^2 (2-x)^2 - 9\log_2(2x-4) + 16 = 0$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2\sqrt{x}$, $y = \sqrt{x}$ и $4x - 5y - 21 = 0$.
5. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{6x-7} - 2x$.
6. Укажите координаты всех точек оси Oy, имеющих положительные ординаты и обладающих тем свойством, что касательные, проведенные через каждую из таких точек к графику функции $y = -\frac{1}{x+1}$, высекают на оси абсцисс отрезок длины $\frac{3}{2}$.

Ответы к вариантам

Ответы к варианту 1

1. 3. **2.** $\left\{\pm\frac{\pi}{7}+\pi k;\ \pm\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{1}{2}-\cos\frac{2\pi}{7}\right)+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$. **3.** $\{-2;\ 3-5^{-1,75}\}$. **4.** $\frac{17}{2}$. **5.** $\left(-\infty;\ \frac{32}{3}\right]$.
6. $a=-15$.

Ответы к варианту 2

1. 5. **2.** $\left\{\pm\frac{3\pi}{7}+\pi k;\ \pm\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{1}{2}-\cos\frac{6\pi}{11}\right)+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$. **3.** $\{4;\ 2+2^{3,5}\}$. **4.** $\frac{38}{3}$. **5.** $\left(-\infty;\ -\frac{19}{12}\right]$.
6. $(0;\ 8)$.