

Выпускной экзамен по алгебре и началам анализа, 2005 год
физико-математические классы

Вариант 1

1. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $(-2; 4)$. Найдите $f'(-2)$.
2. Найдите значение выражения $\log_a \sqrt[b]{a^8 b^2}$, если $\log_a b = 11$.
3. Решите неравенство $\frac{(5\sqrt{5})^x - \frac{1}{5}}{x-4} > 0$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \sqrt{x-4} - \sqrt{x+1}$ на промежутке $[5; 8]$.
5. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2}{\sqrt{-\cos x}} = 0$.
6. При каких значениях параметра a площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} y^2 + x^2 - 2ax \leq 36 - a^2, \\ (x+2)^2 \leq 36 \end{cases}$, равна 18π ?

Вариант 2

1. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $(3; -9)$. Найдите $f'(3)$.
2. Найдите значение выражения $\log_{a^2 b} \sqrt[4]{\frac{b^9}{a^7}}$, если $\log_a b = 23$.
3. Решите неравенство $\frac{(6\sqrt{6})^x - 36}{x-5} < 0$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{x+4}$ на промежутке $[3; 6]$.
5. Решите уравнение $\frac{\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$.
6. При каких значениях параметра a площадь фигуры, заданной системой неравенств $\begin{cases} y^2 + x^2 - 2ax \leq 4 - a^2, \\ (x+1)^2 \leq 25 \end{cases}$, равна 2π ?

Ответы к вариантам

Ответы к варианту 1

1. -2 . 2. -1 . 3. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup (4; +\infty)$. 4. Максимальное значение: -1 , минимальное — $1 - \sqrt{6}$.
5. $\left\{\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \pi + \operatorname{arctg} 2 + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$. 6. $a = -8$ и $a = 4$.

Ответы к варианту 2

1. -3 . 2. 2 . 3. $\left(\frac{4}{3}; 5\right)$. 4. Максимальное значение: $2 - \sqrt{10}$, минимальное — $1 - \sqrt{7}$.
5. $\left\{-\operatorname{arctg} 2 + 2\pi k; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$. 6. $a = -6$ и $a = 4$.