

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1996 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 1

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = 2\sin^2 x - \sin 2x$.

- а) Решите уравнение $f(x) = 4\cos^2 x$ на отрезке $[0; \pi]$.
- б) Пусть $g(x) = f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Вычислите $g\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
- в) Докажите, что $\frac{2f(x)}{g(x)} = \operatorname{tg} x - 1$.
- г) Решите неравенство $\frac{2f(x)}{g(x)} \leq 0$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 8)$.

- а) Найдите область определения функции $y = f(x)$.
- б) Вычислите $f(1,5) - f(-0,5)$.
- в) Решите уравнение $2\left(\frac{1}{4}\right)^{f(x)} + \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)} = 1$.
- г) Решите неравенство $2\left(\frac{1}{4}\right)^{f(x)} + \left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)} - 1 \geq 0$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \sqrt{8-x} - \sqrt{x+2}$.

- а) Найдите все координаты точек пересечения графика функции $y = f(x)$ с осями координат.
- б) Сравните числа $|f(1)|$ и $|f(4)|$.
- в) Решите уравнение $f(x) = \sqrt{x-3}$.
- г) Найдите область определения функции $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

3.Б. Дана функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$.

- а) Напишите уравнение прямой l , касающейся графика функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.
- б) Постройте график функции $y = f(x)$ и прямую l .
- в) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, прямой l и осью Oy .
- г) Найдите все значения параметра a такие, что уравнение $\frac{f(x)}{x} = a$ имеет ровно два различных корня.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1996 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 2

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cdot \cos x$.

а) Решите уравнение $f(x) = 1 + \cos 2x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

б) Пусть $g(x) = f\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - f\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$. Вычислите $g\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

в) Докажите, что $\frac{2f(x)}{g(x)} = \operatorname{tg} x + 1$.

г) Решите неравенство $\frac{2f(x)}{g(x)} \geq 0$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 7x + 10)$.

а) Найдите область определения функции $y = f(x)$.

б) Вычислите $f(10) - f(7)$.

в) Решите уравнение $9^{1+f(x)} + 8 \cdot 3^{f(x)} - 1 = 0$.

г) Решите неравенство $9^{1+f(x)} + 8 \cdot 3^{f(x)} \geq 1$.

Сюжеты на выбор (выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \sqrt{8+x} - \sqrt{2-x}$.

а) Найдите все координаты точек пересечения графика функции $y = f(x)$ с осями координат.

б) Сравните числа $|f(-1)|$ и $|f(-4)|$.

в) Решите уравнение $f(x) = \sqrt{-3-x}$.

г) Найдите область определения функции $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

3.Б. Дана функция $f(x) = 3x^2 - x^3 - 3x$.

а) Напишите уравнение прямой m , касающейся графика функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$.

б) Постройте график функции $y = f(x)$ и прямую m .

в) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, прямой m и осью Oy .

г) Найдите все значения параметра b такие, что уравнение $\frac{f(x)}{x} = b$ имеет ровно одно решение.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1996 год

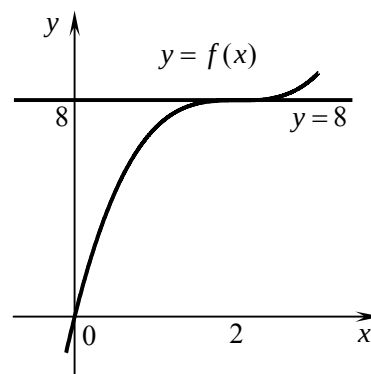
Ответы к варианту 1

Обязательные задачи

1. а) $\left\{\frac{3\pi}{4}; \operatorname{arctg} 2\right\}$; б) 1; г) $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{4}\right]$. 2. а) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$; б) $\{-2\}$; в) $\{1; 5\}$;
г) $[1; 2) \cup (4; 5]$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

- 3.А. а) $\{(0; \sqrt{2}); (3; 0)\}$; б) $|f(1)| > |f(4)|$; в) $\{3\}$;
г) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$. 3.Б. а) $y = 8$; б) см. рисунок; в) 4;
г) $(3; 12) \cup (12; +\infty)$.



Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1996 год

Ответы к варианту 2

Обязательные задачи

1. а) $\left\{\frac{\pi}{4}; -\arctg 2\right\}$; б) $\frac{1}{2}$; г) $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. 2. а) $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$; б) $\{-2\}$; в) $\{1; 6\}$;
г) $[1; 2) \cup (5; 6]$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

- 3.А. а) $\{(0; \sqrt{2}); (-3; 0)\}$; б) $|f(-1)| > |f(-4)|$; в) $\{-3\}$;
г) $\left(-\infty; -\frac{1}{8}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. 3.Б. а) $y = -1$; б) см. рисунок; в) $\frac{1}{4}$;
г) $\left\{-3; -\frac{3}{4}\right\}$.

