

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1997 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 1

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = \sin 5x - \cos 3x - \sin x$.

- а) Докажите, что $\frac{f(x)}{\cos 3x} = 2 \sin 2x - 1$.
- б) Решите уравнение $f(x) = 0$.
- в) Упростите выражение $\frac{f(x + \pi)}{f(x)}$.
- г) Решите неравенство $\frac{f(x)}{\cos 3x} < 0$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_{0,5}(x^2 - 4x + 3)$.

- а) Найдите область определения функции $y = f(x)$.
- б) Решите уравнение $f(x) = \log_2 \frac{1}{3 - 2x}$.
- в) Решите неравенство $f(x) > f(x + 2) - 1$.
- г) Выясните, при каких значениях параметра a уравнение $f(x) = f(a)$ имеет решения.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \frac{2}{3}x(3 - x^2)$.

- а) Найдите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой $x_0 = 1$.
- б) Постройте график функции $y = f(x)$.
- в) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, прямой $y = \frac{4}{3}$, осью Ox и лежащей в первой координатной четверти.
- г) Длина бокового ребра правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{3}$ см. Найдите наибольший объем такой пирамиды.

3.Б. Даны функции $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ и $g(x) = x - 2$.

- а) Найдите область определения функции $y = \frac{f(x)}{g(x)}$.
- б) Решите уравнение $f(x) = g(x)$.
- в) Сравните числа $|f(4) - g(4)|$ и $|f(6) - g(6)|$.
- г) Решите неравенство $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1997 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 2

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = \cos x + \sin 3x - \cos 5x$.

- а) Докажите, что $\frac{f(x)}{\sin 3x} = 2 \sin 2x + 1$.
- б) Решите уравнение $f(x) = 0$.
- в) Упростите выражение $\frac{f(x)}{f(x + \pi)}$.
- г) Решите неравенство $\frac{f(x)}{\sin 3x} < 0$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 8)$.

- а) Найдите область определения функции $y = f(x)$.
- б) Решите уравнение $f(x) = \log_3 \frac{1}{8 - 3x}$.
- в) Решите неравенство $f(x) > f(x + 2) - 1$.
- г) Выясните, при каких значениях параметра a уравнение $f(x) = f(a)$ не имеет решений.

Сюжеты на выбор (выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \frac{1}{6}(12x - x^3)$.

- а) Найдите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$.
- б) Постройте график функции $y = f(x)$.
- в) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = f(x)$, прямой $y = \frac{8}{3}$, осью Oy и лежащей в первой координатной четверти.
- г) Пусть $PABCD$ — четырехугольная пирамида, в основании которой лежит квадрат. Боковое ребро PB перпендикулярно основанию $ABCD$, длина ребра PD равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите наибольший объем такой пирамиды.

3.Б. Даны функции $f(x) = \sqrt{2x - 3}$ и $g(x) = x - 3$.

- а) Найдите область определения функции $y = \frac{f(x)}{g(x)}$.
- б) Решите уравнение $f(x) = g(x)$.
- в) Сравните числа $|f(5) - g(5)|$ и $|f(7) - g(7)|$.
- г) Решите неравенство $f(x) \cdot g(x) \geq 0$.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1997 год

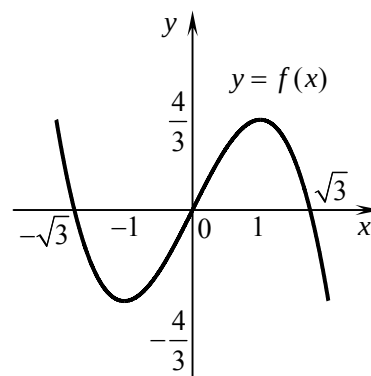
Ответы к варианту 1

Обязательные задачи

1. б) $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z}\right\}$; в) -1 ; г) $\left[-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{12}\right)$. 2. а) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$;
б) $\{0\}$; в) $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$; г) $a > 0$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

- 3.А. а) $y = \frac{4}{3}$; б) см. рисунок; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{4}{3}$. 3.Б. а) $\left[\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; +\infty)$;
б) $\{5\}$; в) $|f(4) - g(4)| < |f(6) - g(6)|$; г) $(2; +\infty) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$.



Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1997 год

Ответы к варианту 2

Обязательные задачи

1. б) $\left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z}\right\}$; в) -1 ; г) $\left(-\frac{5\pi}{12}; -\frac{\pi}{3}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}\right]$. 2. а) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$;
б) $\{0\}$; в) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; г) $a \leq 0$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

- 3.А. а) $y = \frac{8}{3}$; б) см. рисунок; в) 2 ; г) $\frac{8}{3}$. 3.Б. а) $\left[\frac{3}{2}; 3\right) \cup (3; +\infty)$;
б) $\{6\}$; в) $|f(7) - g(7)| > |f(5) - g(5)|$; г) $(3; +\infty) \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

