

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1999 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 1

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = \sin x$.

- а) Вычислите $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, если $f(x) = \frac{12}{13}$ и $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
- б) Докажите тождество $\frac{f(x) + f(2x) + f(3x)}{f(2x)} = 2 \cos x + 1$.
- в) Решите уравнение $f(x) + f(2x) + f(3x) = 0$.
- г) Решите неравенство $\frac{f(x) + f(2x) + f(3x)}{f(2x)} \leq 0$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_2(16 - x^2) - \log_2(x + 2)$.

а) Найдите область определения данной функции.

б) Вычислите $\left(\frac{1}{4}\right)^{f(2)}$.

в) Решите уравнение $f(x) = f(2)$.

г) Решите систему уравнений $\begin{cases} y = f(x), \\ 2^{y+2} - 2^y = 9. \end{cases}$

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \sqrt{10ax - x^2}$.

- а) Найдите значение параметра a , при котором $x = 1$ является корнем уравнения $f(x) = 4 - x$.
- б) Решите уравнение $f(x) = 4 - x$ при $a = 1$.
- в) Сравните числа $2f(4)$ и $f(3) + f(5)$ при $a = 1$.
- г) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $f(x) = a$ имеет два различных корня

3.Б. Дана функция $f(x) = 4x^3 - 12x^2$.

- а) Найдите для данной функции первообразную $F(x)$, график которой проходит через начало координат.
- б) Найдите промежутки монотонности найденной первообразной $y = F(x)$.
- в) Постройте график найденной первообразной $y = F(x)$ и касательную к нему в его точке с абсциссой $x_0 = 0$.
- г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = F(x)$ и осью абсцисс.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1999 год

Из двух сюжетов на выбор следует выбрать один. Таким образом, получится 3 сюжета: два обязательных и один выбранный. Для получения оценки «5» достаточно верно и полностью решить любые 10 из 12 полученных таким образом заданий.

Вариант 2

Обязательные задачи

1. Дана функция $f(x) = \cos x$.

- а) Вычислите $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, если $f(x) = \frac{4}{5}$ и $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
- б) Докажите тождество $\frac{f(x) - f(2x) + f(3x)}{f(2x)} = 2 \cos x - 1$.
- в) Решите уравнение $f(x) - f(2x) + f(3x) = 0$.
- г) Решите неравенство $\frac{f(x) - f(2x) + f(3x)}{f(2x)} \geq 0$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$.

2. Дана функция $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(25 - x^2) - \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$.

- а) Найдите область определения данной функции.
- б) Вычислите $4^{f(1)}$.
- в) Решите уравнение $f(x) = f(1)$.

- г) Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{y+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^y = 9, \\ y = f(x). \end{cases}$$

Сюжеты на выбор (выбирается один из двух)

3.А. Дана функция $f(x) = \sqrt{7bx + 2x^2}$.

- а) Найдите значение параметра b , при котором $x = 1$ является корнем уравнения $f(x) = x + 3$.
- б) Решите уравнение $f(x) = x + 3$ при $b = 2$.
- в) Сравните числа $\frac{f(1)}{2} + f(3)$ и $f(4)$ при $b = 2$.
- г) Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $f(x) + b = 0$ имеет два различных корня.

3.Б. Дана функция $f(x) = -12x^2 - 4x^3$.

- а) Найдите для данной функции первообразную $F(x)$, график которой проходит через начало координат.
- б) Найдите промежутки монотонности найденной первообразной $y = F(x)$.
- в) Постройте график найденной первообразной $y = F(x)$ и касательную к нему в его точке с абсциссой $x_0 = 0$.
- г) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = F(x)$ и осью абсцисс.

Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1999 год

Ответы к варианту 1

Обязательные задачи

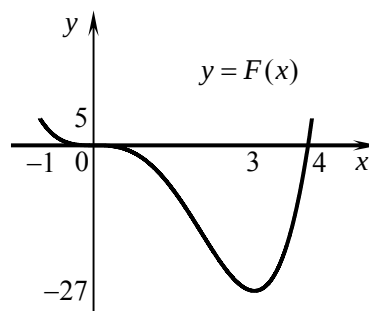
1. а) $-\frac{5}{13}$; в) $\left\{\frac{\pi k}{2}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$; г) $\left[\frac{2\pi}{3}; \pi\right) \cup \left(\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$. 2. а) $(-2; 4)$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\{2\}$;
г) $\{(2; \log_2 3)\}$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

3.А. а) $a = 1$; б) $\{1\}$; в) $2f(4) > f(3) + f(5)$; г) $a > 0$.

3.Б. а) $F(x) = x^4 - 4x^3$; б) функция $y = F(x)$ возрастает на промежутке $[3; +\infty)$ и убывает — на промежутке $(-\infty; 3]$;

в) см. рисунок; г) $\frac{256}{5}$.



Задания для классов, занимающихся по базовой программе, 1999 год

Ответы к варианту 2

Обязательные задачи

1. а) $\frac{3}{5}$; в) $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z} \right\}$; г) $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4} \right) \cup \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3} \right]$. 2. а) $(-3; 5)$; б) $\frac{1}{36}$; в) $\{1\}$;
г) $\{(1; \log_2 6)\}$.

Сюжеты на выбор
(выбирается один из двух)

- 3.А. а) $b = 2$; б) $\{1\}$; в) $f(4) < \frac{f(1)}{2} + f(3)$; г) $b < 0$.
3.Б. а) $F(x) = -x^4 - 4x^3$; б) функция $y = F(x)$ возрастает на промежутке $(-\infty; -3]$ и убывает на промежутке $[-3; +\infty)$;
в) см. рисунок; г) $\frac{256}{5}$.

