

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 1

1. Упростите выражение $\frac{x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}}{x + y + \sqrt{xy}} + \frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - 2\sqrt{x}$ при $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$.
2. Решите уравнение $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.
3. Найдите интервалы монотонности и экстремумы функции $f(x) = -\frac{6}{x} - \frac{x^3}{2}$.
4. Собрано 100 кг грибов, влажность которых равна 99%. После сушки влажность снизилась до 98%. Какой стала масса грибов?
5. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 и 5 см. Определите площадь треугольника.
6. Решите уравнение $1 + \cos x + \cos 2x = 0$.
7. Решите уравнение $\sqrt{5-x} = x+1$.
8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^{x^2-2xy} = 1, \\ 2\log_3(y+2) = \log_3(5x-1). \end{cases}$$
9. Решите неравенство $\left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \leq 1$.
10. При каких значениях параметра p уравнение $p \cdot 3^x - 4 \cdot 3^{-x} + 5 = 0$ имеет единственный вещественный корень?

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 2

1. Упростите выражение $\left(\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - b} - \frac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{a - b}{\sqrt{ab}}$ при $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$.
2. Решите уравнение $2^x - 4 \cdot 2^{-x} = 3$.
3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
4. Даны три первых члена геометрической прогрессии $-\frac{27}{40}$, $\frac{9}{20}$, $-\frac{3}{10}$, ... Найдите номер члена этой прогрессии, равного $\frac{4}{45}$.
5. Два туриста выезжают одновременно на мопедах из пунктов M и N навстречу друг другу. Расстояние MN равно 50 км. Встретившись через 1 ч, они продолжают путь с той же скоростью. Первый приехал в пункт N на 50 мин раньше, чем второй в пункт M . Найдите скорость, с которой ехали туристы.
6. Решите уравнение $\log_2 182 - \log_2(5-x) = \log_2(11-x) + 1$
7. Решите уравнение $2\sin^3 x - 3\sin x \cdot \cos x = 0$.
8. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 7x + 12} \geq 5 - x$.
9. Решите неравенство $\frac{10}{|2\log_3 x - 1| + 2} + |2\log_3 x - 1| < 5$.
10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 65, \\ x^2 y + y^2 x = 20. \end{cases}$$

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 3

1. Упростите выражение $\left(\frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{-1} \cdot \frac{x^{-1} + y^{-1}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}$ при $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$.
2. При каком значении параметра a функция $f(x) = 2x^2 + ax + 8$ будет четной?
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x - 3\sqrt[3]{x}$ на отрезке $[0; 8]$.
4. Найдите первый член и знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, если ее сумма равна 6, а сумма первых пяти членов равна $\frac{93}{16}$.
5. Одна труба может наполнить бак водой на 10 мин быстрее другой. За какое время может наполнить этот бак каждая труба, если при совместном действии этих труб в течение 8 мин было заполнено $\frac{2}{3}$ бака?
6. Решите уравнение $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.
7. Решите уравнение $\cos 2x + \sin 3x = \sin x$.
8. Найдите область определения функции $y = \frac{\log_5(2 - 2^{\sin x})}{3^{\sqrt{x}} + 3^{\sqrt{-x}}}$.
9. Решите неравенство $2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 5\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2 > 0$.
10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4, \\ \log_4 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$$

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 4

1. Упростите выражение $\left(\frac{a-x}{a^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+x}{a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}} \right) \cdot (ax)^{\frac{1}{3}}$.
2. Решите уравнение $5^{x+6} - 3^{x+7} = 43 \cdot 5^{x+4} - 19 \cdot 3^{x+5}$.
3. Найдите производную функции $f(x) = \frac{2}{x^2} - 3e^{2x-1} + x \cdot \ln(x-1)$ в точке $x = 2$.
4. В двух школах было 1500 учащихся. Через год число учеников в первой школе увеличилось на 10%, во второй — на 20%, и общее число учащихся достигло 1720. Сколько учеников было в каждой школе первоначально?
5. В равнобедренном треугольнике основание равно 30 см, а высота к нему — 20 см. Найдите другую высоту.
6. Решите неравенство $\frac{4x}{x-3} - \frac{3}{2} > \frac{7x}{x-3}$.
7. Решите уравнение $\cos x + \frac{1}{\cos x} = 2$.
8. Решите уравнение $\sqrt[4]{x+8} - \sqrt[4]{x-8} = 2$.
9. Решите неравенство $|\log_3 x - 2| > |\log_3 x|$.
10. Найдите решения неравенства $\frac{x(x-a)}{x+3} \leq 0$ в зависимости от величины параметра a .

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 5

1. Упростите выражение $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1} + \frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1} - \frac{4}{a-1} \right)^{-3}$.
2. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$, параллельной оси абсцисс.
3. В арифметической прогрессии $a_2 = 3,1$, $a_3 = 2,7$. Найдите сумму десяти первых членов прогрессии.
4. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке 15 км по течению и 15 км против течения. Найдите скорость течения реки, если на весь путь было затрачено 4 ч.
5. В равнобедренной трапеции основания равны 5 и 10 см, а диагонали пересекаются под углом 120° . Найдите площадь трапеции.
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 5, \\ x^2 + \frac{1}{y^2} = 13. \end{cases}$$
7. Решите уравнение $\cos 4x + 2\cos^2 x = 0$.
8. Решите неравенство $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} > 2$.
9. При каких значениях параметра b неравенство $bx^2 + 4bx + 5 \leq 0$ не имеет решений?
10. Найдите область определения функции $y = \log_2(\log_{\frac{1}{2}}(x+3)+2) + \sqrt{\sqrt{2} + 2\cos x}$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 6

1. Упростите выражение $\left(\frac{(a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}})(a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}})}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{ab} \right) \cdot 5(a+b)^{\frac{1}{2}}$ при $a > 0, b > 0, a \neq b$.
2. Решите уравнение $2^{2x-1} - 4^{x-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} = 48$.
3. Найдите точки, в которых производная функции $f(x) = 2^{5x-1} - 5x \cdot \ln 2$ обращается в нуль.
4. В прямоугольный треугольник с углом 30° вписан ромб так, что угол 30° у них общий, а остальные три вершины ромба лежат на сторонах треугольника. Найдите длину стороны ромба, если длина большего катета равна $4 + \sqrt{12}$ см.
5. Два трактора израсходовали 234 л горючего, причем 1-й расходовал на 0,5 л меньше, чем 2-й, а работал на 1,5 ч больше. Сколько горючего в час расходовал каждый трактор, если они истратили горючего поровну?
6. Решите уравнение $\cos x + 2 \cos 2x = 1$.
7. Решите уравнение $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$
8. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 3xy = 54, \\ 4y^2 + xy = 115. \end{cases}$$
9. Решите неравенство $|3^x - 2| + |5 \cdot 3^x - 1| < 3$.
10. Решите неравенство $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_{\frac{1}{3}}(3^{x+2} - 9) > -3$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 7

1. Упростите выражение $(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})^{-2} \cdot (a^{-1} + b^{-1}) + \frac{2(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^3}$ при $a > 0, b > 0$.
2. Решите уравнение $81\sqrt[3]{3^{x^2-8x}} = 1$.
3. Найдите интервалы монотонности функции $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}$.
4. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превышающих 80.
5. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 27 и 29 см, а медиана к третьей стороне — 26 см.
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 7, \\ x + y = 5. \end{cases}$$
7. Решите уравнение $1 - \sin 5x = \left(\cos \frac{3x}{2} - \sin \frac{3x}{2} \right)^2$.
8. Решите неравенство $\log_2(\log_{\sqrt{2}}(x+1)) < 1$.
9. Найдите решения уравнения $\sqrt[3]{(a+x)^2} + 4\sqrt[3]{(a-x)^2} = 5\sqrt[3]{a^2 - x^2}$ в зависимости от величины параметра a .
10. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} yx^{\log_y x} = x^{\frac{5}{2}}, \\ \log_3 y \cdot \log_y (y - 2x) = 1. \end{cases}$$

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 8

1. Упростите выражение $\left(1 - \frac{x^{-3} - 1}{x^{-1} - 1} : \frac{1 + x + x^2}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 - x^{-0,5}} - \frac{1}{1 - x^{-1}}\right)$.
2. Решите уравнение $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.
3. Исследуйте на экстремум функцию $f(x) = 4 \sin x + \cos 2x$ на промежутке $[0; 2\pi]$.
4. Сумма трех чисел, составляющих возрастающую арифметическую прогрессию, равна 15. Если от первого и второго чисел отнять по единице, а к третьему прибавить единицу, то новая тройка чисел составляет геометрическую прогрессию. Найдите первоначальные числа.
5. Сумма двух противоположных сторон описанного четырехугольника равна 10 см, а его площадь 12 см^2 . Найдите радиус окружности, вписанной в этот четырехугольник?
6. Решите уравнение $\sin 2x + \cos 3x = \cos x$.
7. Решите уравнение $3^{\lg \lg x} - 2 \cdot 3^{\lg \lg x + 1} = 1$.
8. Решите уравнение $x\sqrt{x^2 + 15} - \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^2 + 15} = 2$.
9. Найдите все решения уравнения $9x^2 - 18|x| + 5 = 0$, принадлежащие области определения функции $y = \ln(x^2 - x - 2)$.
10. При каких значениях параметра m уравнение $4x^2 - m = 5|x|$ имеет ровно три решения?

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 9

1. Упростите выражение $\left(\frac{1}{a + \sqrt{2}} - \frac{a^2 + 4}{a^3 + 2\sqrt{2}} \right) : \left(\frac{a}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{a} \right)^{-1}$.
2. Решите уравнение $\left(\frac{5}{3} \right)^x + 9 \left(\frac{3}{5} \right)^x = 10$.
3. В арифметической прогрессии сумма третьего и седьмого членов равна 10. Найдите сумму девяти первых членов прогрессии.
4. Дан ромб со стороной a . Его высота делит противоположную сторону в отношении 1:2, считая от вершины острого угла. Найдите площадь ромба.
5. Два печника могут сложить печь за 12 ч. Если 1-й печник будет работать 2 ч, а 2-й — 3 ч, то они выполнят 20% всей работы. За сколько часов может сложить печь каждый печник, работая отдельно?
6. Решите уравнение $\lg(2^x + 1) + \lg(2^{x+1} - 1) = 2\lg 3$.
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ xy = 8. \end{cases}$$
8. Решите уравнение $8^x - 3 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$.
9. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2\log_{0,5}(x-3) - \log_{0,5}^2(x-3) + 3}$.
10. Решите неравенство $\left| \frac{x+1}{x-2} \right| - 2 \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \geq -1$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Билет 10

1. Упростите выражение $\frac{1-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}}-\frac{a-a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{-\frac{1}{2}}}+\frac{a^2+2}{a^{\frac{3}{2}}}$.
2. Решите уравнение $\lg(x+2)-\frac{1}{2}\lg(5x-1)=\frac{1}{2}\lg x$.
3. Найдите уравнение касательной к графику функции $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ в точке $x_0=0$ и угол между этой касательной и осью Ox .
4. Является ли число 1790 членом арифметической прогрессии: $-5, 1, 7, \dots$?
5. Если турист поедет из дома на станцию на велосипеде со скоростью 15 км/ч, то опоздает на поезд на 30 мин, если поедет на автобусе со скоростью 40 км/ч, то приедет на 2 ч раньше. Найдите расстояние S от дома до станции и время t , остающееся до отхода поезда в момент выхода туриста из дома.
6. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$.
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^x + 2^y = 12, \\ x + y = 5. \end{cases}$
8. Решите неравенство $(x-2)^{x^2-4} < 1$.
9. Решите уравнение $|x| - 2|x+1| + 3|x+2| = 0$.
10. Решите неравенство $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{x^5}{4}\right) - 20\log_2 x + 148 < 0$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Дополнительные задания для самостоятельного решения

1. Решите уравнение $|1 - \log_{0,5} x| + 2 = |3 - \log_{0,5} x|$.
2. Решите неравенство $\sqrt{4 - x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0$.
3. Решите неравенство $\log_{x^2}(6 - x) \geq 1$.
4. Решите неравенство $|4x - 5| - \sqrt{x^2 + 6x + 9} \geq 17$.
5. Найдите решения неравенства $(x - 3)^2 < a$ в зависимости от величины параметра a .
6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $\sin^2 x \cdot (2 \operatorname{ctg}^2 x - 3) - \cos 2x = 2 - a$ имеет корни.
7. Найдите все значения параметра a , при которых парабола $y = x^2 - 3x + 3a$ и прямая $y = x + 2|a - 2|$ не имеют общих точек.
8. При каких значениях параметра a неравенство $(a + 1)x^2 - 2(a - 1)x + 3a + 1 < 0$ выполняется при всех значениях переменной x ?
9. При каких значениях параметра a один из корней уравнения $x^2 - 2ax + 4a - 1 = 0$ на 2 единицы больше другого?
10. При каких значениях параметра p уравнение $x^2 - 2(p - 3)x + 10 - 6p = 0$ имеет корни одного знака?
11. При каких значениях параметра a корни уравнения $2x^2 + 6x + a = 0$ удовлетворяют условию $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} < 2$?
12. При каких значениях параметра p корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 - 2(p - 3)x + p - 1 = 0$ удовлетворяют неравенствам $x_1 > 1$, $x_2 > 1$?

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 1

1. Ответ: 0.
2. Ответ: $\left\{\frac{3}{2}\right\}$.
3. Ответ: функция возрастает на: $(-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2})$, убывает на: $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$, точка минимума: $x = -\sqrt{2}$, точка максимума: $x = \sqrt{2}$, $f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$, $f(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}$.
4. Ответ: 50 кг.
5. Ответ: площадь треугольника равна 54 см^2 .
6. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
7. Ответ: $\{1\}$.
8. Ответ: $\{(2; 1); (10; 5)\}$.
9. Ответ: $\left[0; \frac{8}{5}\right] \cup \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.
10. Ответ: $p \in [0; +\infty) \cup \left\{-\frac{25}{16}\right\}$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 2

1. Ответ: $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.
2. Ответ: $\{2\}$.
3. Ответ: $y = -5x - 6$.
4. Ответ: $n = 6$.
5. Ответ: $v_1 = 30$ км/ч, $v_2 = 20$ км/ч.
6. Ответ: $\{-2\}$.
7. Ответ: $\left\{ \pi k; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
8. Ответ: $\left[\frac{13}{3}; +\infty \right)$.
9. Ответ: $\left(\frac{1}{3}; \sqrt{3} \right) \cup (\sqrt{3}; 9)$.
10. Ответ: $\{(4; 1); (1; 4)\}$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 3

1. Ответ: $\frac{1}{\sqrt{xy}}$.
2. Ответ: $a = 0$.
3. Ответ: наибольшее значение функции $f(8) = 2$, наименьшее — $f(1) = -2$.
4. Ответ: $a = 3$, $q = \frac{1}{2}$.
5. Ответ: первая труба заполняет бак за 20 мин, вторая — за 30 мин.
6. Ответ: $\{0; 3\}$.
7. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
8. Ответ: ООФ: $\{0\}$.
9. Ответ: $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k \right)$.
10. Ответ: $\left\{ \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8} \right); (8; 2) \right\}$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 4

1. Ответ: 2.
2. Ответ: $\{-3\}$.
3. Ответ: $f'(2) = \frac{3}{2} - 6e^3$.
4. Ответ: 800 и 700.
5. Ответ: $h_2 = 24$ см.
6. Ответ: $(1; 3)$.
7. Ответ: $\{2\pi k : k \in \mathbb{Z}\}$.
8. Ответ: $\{8\}$.
9. Ответ: $(0; 3)$.
10. Ответ: при $a \geq 0$: $(-\infty; -3) \cup [0; a]$, при $a \in (-3; 0)$: $(-\infty; -3) \cup [a; 0]$,
при $a = -3$: $(-\infty; -3) \cup (-3; 0]$, при $a < -3$: $(-\infty; a] \cup (-3; 0]$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 5

1. Ответ: $\frac{1}{8}$.
2. Ответ: $y = -4, y = 0$.
3. Ответ: 17.
4. Ответ: 2 км/ч.
5. Ответ: $\frac{75\sqrt{3}}{4}$ см².
6. Ответ: $\left\{ \left(2; \frac{1}{3} \right) \cup \left(3; \frac{1}{2} \right) \right\}$.
7. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; -\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
8. Ответ: $(5; +\infty)$.
9. Ответ: $b \in \left[0; \frac{5}{4} \right)$.
10. Ответ: ООФ: $\left[-\frac{3\pi}{4}; 1 \right)$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 6

1. Ответ: $5\sqrt{a+b}$.
2. Ответ: $\left\{\frac{7}{2}\right\}$.
3. Ответ: $x = \frac{1}{5}$.
4. Ответ: 4 см.
5. Ответ: 6 и 6,5 л/ч.
6. Ответ: $\left\{\pi + 2\pi k; -\arccos\frac{3}{4} + 2\pi k; \arccos\frac{3}{4} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
7. Ответ: $\{2\}$.
8. Ответ: $\left\{(-3; -5); (3; 5); \left(36; -\frac{23}{2}\right); \left(-36; \frac{23}{2}\right)\right\}$.
9. Ответ: $\left(-\infty; \log_3 \frac{1}{2}\right)$.
10. Ответ: ООФ: $\left(\log_3 \frac{28}{27}; \log_3 4\right)$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 7

1. Ответ: $\frac{1}{ab}$.
2. Ответ: $\{2; 6\}$.
3. Ответ: функция возрастает на: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$, убывает — на $(-4; 0) \cup (0; 4)$.
4. Ответ: 3240.
5. Ответ: 270 см^2 .
6. Ответ: $\{(2; 3); (3; 2)\}$.
7. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}; \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
8. Ответ: $(0; 1)$.
9. Ответ: при $a = 0$: $\{0\}$, при $a \neq 0$: $\left\{ 0; \frac{63}{65}a \right\}$.
10. Ответ: $\{(3; 9)\}$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 8

1. Ответ: $\frac{1}{\sqrt{x}}$.
2. Ответ: $\{2\}$.
3. Ответ: $f_{\min} \left(\frac{3\pi}{2} \right) = -5$, $f_{\max} \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3$.
 $[0; 2\pi]$ $[0; 2\pi]$
4. Ответ: 3, 5, 7.
5. Ответ: радиус окружности равен 1,2 см.
6. Ответ: $\left\{ \frac{\pi k}{2}; (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
7. Ответ: $\{\arctg 10 + \pi k : k \in \mathbb{Z}\}$.
8. Ответ: $\{1\}$.
9. Ответ: $\left\{ -\frac{5}{3} \right\}$.
10. Ответ: $m = 0$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 9

1. Ответ: $-\frac{1}{\sqrt{2a}}$.
2. Ответ: $\{0; \log_{\frac{2}{3}} 9\}$.
3. Ответ: 45.
4. Ответ: $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$ кв. ед.
5. Ответ: 20 и 30 ч.
6. Ответ: $\{1\}$.
7. Ответ: $\{(1; 8); (8; 1)\}$.
8. Ответ: $\{0; 2\}$.
9. Ответ: $\left[\frac{25}{8}; 5\right]$.
10. Ответ: $\left[\frac{1}{2}; 2\right) \cup (2; +\infty)$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к билету 10

1. Ответ: 0.
2. Ответ: $\{1\}$.
3. Ответ: $y = -x + 2$, $\varphi = \frac{3\pi}{4}$.
4. Ответ: число 1790 не является членом данной прогрессии.
5. Ответ: $S = 60$ км, $t = 3,5$ ч.
6. Ответ: $\left\{ \frac{\pi k}{2}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
7. Ответ: $\{(2; 3); (3; 2)\}$.
8. Ответ: $(2; 3)$.
9. Ответ: $\{-2\}$.
10. Ответ: $\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{8} \right) \cup (8; 16)$.

**Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова
(технический университет)**

задания для подготовки к вступительному экзамену

Ответы к дополнительным заданиям для самостоятельного решения

1. Ответ: $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
2. Ответ: $[-\sqrt{3}; 0) \cup (0; 2]$.
3. Ответ: $[-3; -1) \cup (1; 2]$.
4. Ответ: $(-\infty; -3] \cup \left[\frac{25}{3}; +\infty\right)$.
5. Ответ: при $a > 0$: $(3 - \sqrt{a}; 3 + \sqrt{a})$, при $a \leq 0$: $\emptyset$.
6. Ответ: $a \in (1; 4]$.
7. Ответ: $a > \frac{8}{5}$.
8. Ответ: $a < -3$.
9. Ответ: $a = 0$ и $a = 4$.
10. Ответ: $p \in (-\infty; -1] \cup \left[1; \frac{5}{3}\right)$.
11. Ответ: $a < 0$.
12. Ответ: $p \in [5; 6)$.