Сайт элементарной математики
Дмитрия Гущина
www.mathnet.spb.ru

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

## Вариант 1

1. При каких значениях $a$ система уравнений $\begin{cases} y = \sin(a+\pi x) + \sin(a-\pi x), \\ 3\sin a = \dfrac{\frac{3}{2} + x + \frac{1}{2x^2}}{y^2+1} \end{cases}$ имеет единственное решение в области $x \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$, $y \in (-\infty; 0]$?
2. Решите уравнение $2(\sin 3x + \cos x) = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin 2x + \cos 2x)^2$.
3. Решите неравенство $\cos x + \sqrt{2 + \cos x} \le 0$.
4. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ с единичными сторонами середины $P$, $Q$ сторон $AB$ $CD$ и $S$, $T$ сторон $BC$, $DE$ соединены отрезками $PQ$ и $ST$. Пусть $M$ и $N$ — середины отрезков $PQ$ и $ST$. Найдите длину $MN$.
5. Дан куб $ABCDA'B'C'D'$ с ребрами длины $a$. На ребре $AA'$ взята точка $E$ так, что $AE = \frac{a}{4}$. Найдите объем пирамиды, у которой вершина совпадает с точкой $A'$, а основанием служит сечение, проходящее через точки $D$, $E$ и середину ребра $BB'$.

## Вариант 2

1. При каких $a > \frac{1}{2}$ система уравнений $\begin{cases} y = -\dfrac{x}{1+ax^2}, \\ 5\sqrt{3}\cos a = (\cos(a+y) + \cos(a-y))(1+x^2) \end{cases}$ имеет решения в области $x \in [2; +\infty)$, $y \in (-\infty; +\infty)$?
2. Решите уравнение $2(\cos 3x + \sin x) = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos 2x + \sin 2x)^2$.
3. Решите неравенство $2\sqrt{2}\sin x + \sqrt{1 - 2\sin x} < 0$.
4. В треугольнике $ABC$ угол $B = 60°$, $AB = 1$, $BC = 3$. На стороне $AC$ взяты точки $D$ и $E$ так, что $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{5}$, $\frac{CE}{AC} = \frac{1}{4}$. Найдите угол $DBE$.
5. Дана прямая треугольная призма $ABCA'B'C'$ у которой в основании лежит равнобедренный треугольник с основанием $AB$, равным $a$, и боковой стороной $b$. Через вершину $A$ проведена плоскость, которая пересекает ребро $BB'$ в точке $D$ и ребро $CC'$ в точке $E$. Найдите объем пирамиды, у которой вершина совпадает с точкой $A$, а основанием служит треугольник $ADE$, если известно, что $AA' = 1$.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
физический факультет

## Вариант 1

1. Стрелок из лука стоит на берегу над отвесным обрывом, высота которого равна *H*. Вектор начальной скорости стрелы составляет угол $\alpha$ с горизонтом и по величине равен *V*. Через какое время после начала полета стрела окажется на высоте *h* над водой? Размерами стрелы и ростом стрелка пренебречь.
2. При каком $x$ функция $f(x)=\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{4+x}}}}+\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{4-x}}}}$ принимает наибольшее значение?
3. Укажите отрицательные корни уравнения $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin 2x}+\frac{1}{\sin 4x}=0$, удовлетворяющие неравенству $x^3+5x^2-3x-3>0$.
4. Вычислите величину $\operatorname{tg} 37°30'$.
5. В правильной четырехугольной пирамиде стороны основания равны *a*, боковое ребро образует с плоскостью основания угол $\alpha$. В эту пирамиду вписан куб так, что четыре его вершины лежат на апофемах пирамиды, а основание принадлежит основанию пирамиды. Найдите объем куба.

## Вариант 2

1. Солнечные лучи падают на землю под углом $30°$. От основания вертикальной стены высотой 20 м в плоскости, параллельной лучам, бросают камень. При каких начальных сторонах камень не пролетит через освещенную часть пространства.
2. При каком $x$ функция $f(x)=\sqrt{8+\sqrt{4+\sqrt{2+\sqrt{1+x}}}}+\sqrt{8+\sqrt{4+\sqrt{2+\sqrt{1-x}}}}$ принимает наибольшее значение?
3. Укажите положительные корни уравнения $\frac{1}{\cos x+\cos 3x}+\frac{1}{\cos x+\cos 5x}+\frac{1}{\cos x+\cos 7x}=0$, удовлетворяющие неравенству $x^3-5x^2+5x-1<0$.
4. Вычислите величину $\operatorname{tg} 7°30'$.
5. Основанием прямой треугольной призмы является правильный треугольник. Вокруг нее описана сфера радиуса *R*, причем отрезок, соединяющий центр сферы и одну из вершин призмы, составляет угол $\alpha$ с боковой гранью. Найдите объем призмы.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
химический факультет

## Вариант 1

1. Смешав по 2 см$^3$ трех веществ, получили 16 г смеси. Известно, что 4 г второго вещества занимают объем на 0,5 см$^3$ больший, чем 4 г третьего вещества. Найдите плотность третьего вещества, если известно, что масса второго вещества в смеси вдвое больше массы первого.
2. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна $h$. Какую наименьшую длину может иметь медиана, делящая пополам большой катет?
3. Решите уравнение $8\sin^2 x + \sin 2x = 5$.
4. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3^x - 2^{y^2} = 77, \\ 3^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{y^2}{2}} = 7. \end{cases}$
5. Решите уравнение $13^{\frac{x}{13}+1} + 13^{\frac{x}{13}} + 13^{\frac{x}{13}-1} + \ldots = 15^{2x+1} + 15^{2x} + 15^{2x-1} + \ldots$.

## Вариант 2

1. Смесь равных объемов двух веществ имеет массу $\frac{36}{13}$ г. Масса второго вещества в смеси равна массе первого вещества в $\frac{7^3}{7}$ см$^3$, а плотность второго вещества равна 1 г/см$^3$. Найдите объем каждого вещества в смеси.
2. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, равна $h$. Какую наименьшую длину может иметь медиана, делящая пополам меньший катет?
3. Решите уравнение $4\sin^2 x + \sin 2x = 6\cos 2x$.
4. Решите уравнение $10^{2\lg 2+x} + 2 = 10^{x+\lg 6}$.
5. Решите уравнение $11^{-\sqrt{x}+1} + 11^{-\sqrt{x}} + 11^{-\sqrt{x}-1} + \ldots = 13^{-2\sqrt{x}+1} + 13^{-2\sqrt{x}} + 13^{-2\sqrt{x}-1} + \ldots$.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
биолого-почвенный факультет

**Вариант 1**

1. Два тракториста вспахивают поле, разделенное на две равные части. Оба тракториста начали одновременно и каждый вспахивает свою половину. Через 5 часов после того момента, когда они совместно вспахали половину всего поля, выяснилось, что первому трактористу осталось вспахать $\frac{1}{10}$ своего участка, а второму — $\frac{2}{5}$ своего участка. Сколько времени требуется второму трактористу, чтобы вспахать все поле?
2. Решите неравенство $\log_x(\log_2(4^x-6)) \le 1$.
3. Постройте график функции $y = |x-2| - |3x-2|$.
4. а) На плоскости даны точки $A$ и $B$. Найдите множество точек $C$ плоскости, для которых $|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}|$ (специальность «биология»).

   б) Решите неравенство $\frac{x^2-12x+20}{x^2-2x+1} > 0$ (специальность «почвоведение»).
5. В треугольной пирамиде непересекающиеся ребра попарно конгруэнтны. Докажите, что высоты такой пирамиды конгруэнтны.

**Вариант 2**

1. Двое рабочих выполнили всю работу за 10 дней, причем последние два дня первый из них не работал. За сколько дней первый рабочий выполнил бы всю работу, если известно, что за первые семь дней они выполнили 80% всей работы?
2. Решите неравенство $\log_x\left(\log_3\left(\frac{1}{3^x}+\frac{80}{9}\right)\right) \ge 1$.
3. Постройте график функции $y = |2x+3| - |x-1|$.
4. а) На плоскости даны точки $A$ и $B$. Найдите множество точек $C$ плоскости, для которых $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}|$ (специальность «биология»).

   б) Решите неравенство $\frac{x^2-8x+12}{x^2+4x+4} > 0$ (специальность «почвоведение»).
5. Найдите зависимость между объемом треугольной пирамиды, ее полной поверхностью и радиусом вписанного шара.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
психологический факультет

**Вариант 1**

1. Три свечи имеют одинаковую длину, но разную толщину. Первая свеча была зажжена на один час раньше других, зажженных одновременно. В некоторый момент горения первая и вторая свечи стали одинаковой длины, а через два часа после этого одинаковой длины стали первая и третья. За сколько часов сгорает первая свеча, если вторая сгорает за 8 часов, а третья — за 12 часов? Скорости сгорания свечей предполагаются не зависящими от продолжительности горения.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{|xy|}(x^2 - y^2) = 1, \\ \log_{|xy|}(x - y) = 0. \end{cases}$
3. Выразите величину $\lg 640$ через величину $a = \lg \frac{125}{2}$.
4. Найдите количество корней уравнения $3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - 10 = 0$ на промежутке $[0; 3]$.
5. Наименьший из углов прямоугольного треугольника равен $\alpha$. Через середину меньшего катета и средину гипотенузы проведен круг, касательный к гипотенузе. Найдите отношение площадей круга и треугольника.

**Вариант 2**

1. Велосипедист и пешеход отправляются в путь одновременно и по одинаковому маршруту. Достигнув цели, велосипедист возвращается к пешеходу, а затем снова приезжает к месту назначения. Пешеход к моменту окончания пути велосипедиста проходит $\frac{2}{3}$ всего пути. Найдите отношение скоростей велосипедиста и пешехода.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{|xy|}(x - y) = 1, \\ \log_{|xy|}(x + y) = \frac{1}{2}\log_{|xy|} 5. \end{cases}$
3. Выразите величину $\lg 125$ через величину $a = \lg \frac{32}{5}$.
4. Найдите количество корней уравнения $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2 = 0$ на промежутке $[-1; 2]$.
5. Через вершины *A* и *C* равнобедренного треугольника *ABC* с углом при вершине *B*, равным $\alpha$, проведена окружность, касающаяся боковых сторон *AB* и *BC* треугольника. В эту окружность вписан равнобедренный треугольник *AKC* ( $AK = KC$ ) так, что точка *K* расположена вне треугольника *ABC*. Найдите отношение площадей треугольников *AKC* и *ABC*.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
географический факультет,
геологический факультет

**Вариант 1**

1. Какие значения может принимать двугранный угол, образованный боковыми гранями правильной треугольной пирамиды?
2. Решите уравнение $2\sin^2\frac{x}{2}+\cos 2x=0$.
3. Найдите число граней выпуклого многоугольника, величина углов которого составляет арифметическую прогрессию с первым членом $120°$ и разность $5°$.
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(2;3)$ и $(6;6)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}$.

**Вариант 2**

1. Какие значения может принимать двугранный угол, образованный соседними боковыми гранями правильной четырехугольной пирамиды?
2. Решите уравнение $2\cos^2\frac{x}{2}+\cos 2x=1$.
3. Найдите отношение катетов прямоугольного треугольника, если его стороны составляют арифметическую прогрессию.
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(3;1)$ и $(7;3)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
экономический факультет
(кроме специальности «политэкономия»)

**Вариант 1**

1. Три свечи имеют одинаковую длину, но разную толщину. Первая свеча была зажжена на один час раньше других, зажженных одновременно. В некоторый момент горения первая и вторая свечи стали одинаковой длины, а через два часа после этого одинаковой длины стали первая и третья. За сколько часов сгорает первая свеча, если вторая сгорает за 8 часов, а третья — за 12 часов? Скорости сгорания свечей предполагаются не зависящими от продолжительности горения.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{|xy|}(x^2 - y^2) = 1, \\ \log_{|xy|}(x - y) = 0. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \dfrac{\pi}{3}, \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = \dfrac{1}{3}. \end{cases}$
4. Найдите количество корней уравнения $3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - 10 = 0$ на промежутке $[0; 3]$.
5. Наименьший из углов прямоугольного треугольника равен $\alpha$. Через середину меньшего катета и средину гипотенузы проведен круг, касательный к гипотенузе. Найдите отношение площадей круга и треугольника.

**Вариант 2**

1. Велосипедист и пешеход отправляются в путь одновременно и по одинаковому маршруту. Достигнув цели, велосипедист возвращается к пешеходу, а затем снова приезжает к месту назначения. Пешеход к моменту окончания пути велосипедиста проходит $\dfrac{2}{3}$ всего пути. Найдите отношение скоростей велосипедиста и пешехода.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_{|xy|}(x - y) = 1, \\ \log_{|xy|}(x + y) = \dfrac{1}{2}\log_{|xy|} 5. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = \dfrac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 1. \end{cases}$
4. Найдите количество корней уравнения $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 2 = 0$ на промежутке $[-1; 2]$.
5. Через вершины *A* и *C* равнобедренного треугольника *ABC* с углом при вершине *B*, равным $\alpha$, проведена окружность, касающаяся боковых сторон *AB* и *BC* треугольника. В эту окружность вписан равнобедренный треугольник *AKC* ($AK = KC$) так, что точка *K* расположена вне треугольника *ABC*. Найдите отношение площадей треугольников *AKC* и *ABC*.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
экономический факультет
(специальность «политэкономия»)

**Вариант 1**

1. Заработная некоторой категории служащих повышалась два раза, причем процент повышения во второй раз был в два раза больше, чем в первый. На сколько процентов повышалась заработная плата каждый раз, если до первого повышения зарплата была 70 руб., а после второго повышения она составила 92 руб. 40 коп.?
2. Решите уравнение $2\sin^2\frac{x}{2}+\cos 2x=0$.
3. Найдите число граней выпуклого многоугольника, величина углов которого составляет арифметическую прогрессию с первым членом $120°$ и разность $5°$.
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(2;3)$ и $(6;6)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}$.

**Вариант 2**

1. (Оригинальное условие безвозвратно утеряно.) Расходы на канцтовары снижались два раза, причем во второй раз в два раза больше, чем в первый. На сколько процентов снижались расходы первый раз, если до первого понижения они составляли 100 руб., а после второго понижения составили 85 руб. 50 коп.
2. Решите уравнение $2\cos^2\frac{x}{2}+\cos 2x=1$.
3. Найдите отношение катетов прямоугольного треугольника, если его стороны составляют арифметическую прогрессию.
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(3;1)$ и $(7;3)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$.

**Санкт-Петербургский государственный университет, 1982 год**
филологический факультет
(специальность «математическая лингвистика»)

**Вариант 1**

1. Какие значения может принимать двугранный угол, образованный боковыми гранями правильной треугольной пирамиды?
2. Решите уравнение $2\sin^2\frac{x}{2}+\cos 2x=0$.
3. (Оригинальное условие безвозвратно утеряно.)
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(2;3)$ и $(6;6)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}$.

**Вариант 2**

1. Какие значения может принимать двугранный угол, образованный соседними боковыми гранями правильной четырехугольной пирамиды?
2. Решите уравнение $2\cos^2\frac{x}{2}+\cos 2x=1$.
3. (Оригинальное условие безвозвратно утеряно.)
4. Две соседние вершины квадрата находятся в точках $(3;1)$ и $(7;3)$. Найдите координаты остальных вершин.
5. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$.

**Ответы к вариантам**

Математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi k}{3};\, 2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $\{\pi+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\}$.
4. Ответ: $MN=\frac{1}{4}$.
5. Ответ: $V=\frac{a^3}{4}$.

**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: $a\in\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$, $a\in\left(\frac{1}{2};\frac{12-\pi}{4\pi}\right)$.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}+2\pi k;\, \frac{2\pi k}{3} : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $\bigcup\limits_{k\in\mathbb{Z}}\left(\frac{7\pi}{6}+2\pi k;\, \frac{11\pi}{6}+2\pi k\right)$.
4. Ответ: $\cos(\widehat{DBE})=\frac{101}{2\sqrt{91}\cdot\sqrt{37}}$.
5. Ответ: $V=\frac{a^2}{12}\sqrt{4b^2-a^2}$.

Физический факультет

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: если $\alpha \geq 0$ и $H > h$: $T = \frac{1}{g}(v\sin\alpha + \sqrt{v^2\sin^2\alpha + 2g(H-h)})$; если $\alpha \geq 0$ и $H \leq h \leq H + \frac{1}{2g}v^2\sin^2\alpha$: $T_{1,2} = \frac{1}{g}(v\sin\alpha \pm \sqrt{v^2\sin^2\alpha + 2g(H-h)})$; если $\alpha \geq 0$ и $h > H + \frac{1}{2g}v^2\sin^2\alpha$: решений нет; если $\alpha < 0$ и $H \geq h$: $T = \frac{1}{g}(v\sin\alpha + \sqrt{v^2\sin^2\alpha + 2g(H-h)})$; если $\alpha < 0$ и $H < h$: решений нет.
2. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.
3. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.
4. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.
5. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.

**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: при $V \leq \sqrt{30g}$ м/с.
2. Ответ: $\{0\}$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$.
4. Ответ: $\operatorname{tg} 7°30' = \frac{-1+2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2-\sqrt{3}}$.
5. Ответ: $V = 6\sqrt{3}R^3\sin\alpha\sqrt{1-4\sin^2\alpha}$.

Химический факультет

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: $4\ \text{г}/\text{см}^3$.
2. Ответ: $\frac{3}{2}h$.
3. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4}+\pi k;\ \text{arctg}\left(-\frac{5}{3}\right)+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\{(4;\sqrt{2});(4;-\sqrt{2})\}$.
5. Ответ: $\left\{\log_{\frac{\sqrt[13]{13}}{225}}\frac{16\frac{1}{14}}{14\frac{1}{12}}\right\}$.

**Ответы к варианту 2**

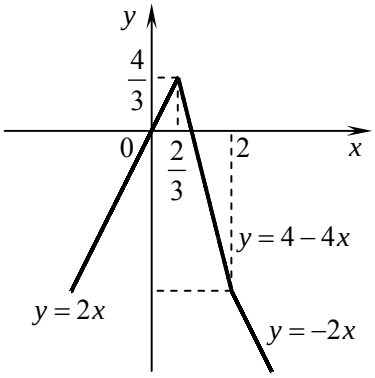
1. Ответ: $4\ \text{г}/\text{см}^3$.
2. Ответ: $\frac{5}{2}h$.
3. Ответ: $\left\{\text{arctg}\frac{-1\pm\sqrt{61}}{10}+\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: $\{0\}$.
5. Ответ: $\left\{\log_{\frac{169}{11}}\frac{12\frac{1}{10}}{14\frac{1}{12}}\right\}$.

Биолого-почвенный факультет

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: 50 часов.
2. Ответ: $(\log_4 7; \log_2 3]$.
3. Ответ: см. рисунок.
4. а) Ответ: искомое множество есть окружность с центром в точке $O$ и диаметром $AB$.

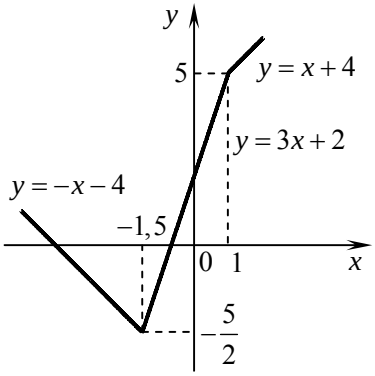
   б) Ответ: $(-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup (10; +\infty)$.
5. Ответ: .




**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: за 14 дней.
2. Ответ: $(1; 2]$.
3. Ответ: см. рисунок.
4. а) Ответ: искомое множество есть окружность радиуса $AB$ с центром в точке $O$.

   б) Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (6; +\infty)$.
5. Ответ: $V = \frac{1}{3} S \cdot r$.



Психологический факультет

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: 16 часов.
2. Ответ: $\left\{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right);\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)\right\}$.
3. Ответ: $\lg 640=\frac{11}{2}-\frac{3}{2}a$.
4. Ответ: 1 корень.
5. Ответ: $\frac{S_{\text{круга}}}{S_{\text{треугольника}}}=\frac{\pi}{8}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin^3\alpha}$.

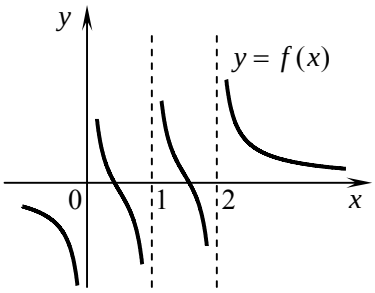
**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: 3.
2. Ответ: $\left\{\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}-5}{2}\right)\right\}$.
3. Ответ: $\lg 125=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}a$.
4. Ответ: 3 корня.
5. Ответ: $\frac{S_{\triangle AKC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(\sin\frac{\alpha}{2}+1\right)}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$.

Географический факультет,
геологический факультет

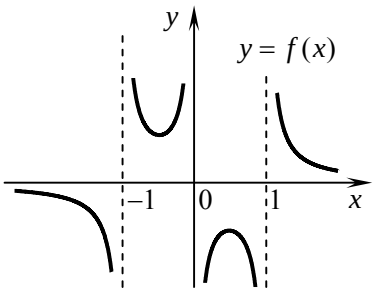
**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{3}; \pi\right)$.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: 9.
4. Ответ: $(9; 2)$ и $(5; -1)$ или $(3; 10)$ и $(-1; 7)$.
5. Ответ: см. рисунок.




**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Ответ: $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $\frac{4}{3}$.
4. Ответ: $(1; 5)$ и $(5; 7)$ или $(5; -3)$ и $(9; -1)$.
5. Ответ: см. рисунок.



Экономический факультет
(кроме специальности «политэкономия»)

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: 16 часов.
2. Ответ: $\left\{\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right);\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)\right\}$.
3. Ответ: $\left\{\left(\frac{\pi}{6}+\pi k;\frac{\pi}{6}-\pi k\right): k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: 1 корень.
5. Ответ: $\frac{S_{\text{круга}}}{S_{\text{треугольника}}}=\frac{\pi}{8}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin^3\alpha}$.

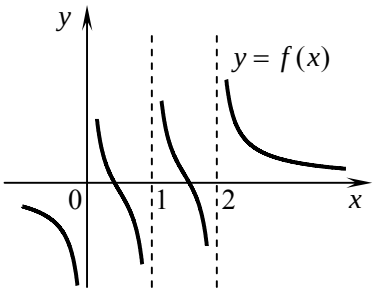
**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: 3.
2. Ответ: $\left\{\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};\frac{\sqrt{5}-5}{2}\right)\right\}$.
3. Ответ: $\left\{\left(\pi k;\frac{\pi}{4}-\pi k\right);\left(\frac{\pi}{4}+\pi k;-\pi k\right): k\in\mathbb{Z}\right\}$.
4. Ответ: 3 корня.
5. Ответ: $\frac{S_{\triangle AKC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{\sin\frac{\alpha}{2}\left(\sin\frac{\alpha}{2}+1\right)}{\cos^2\frac{\alpha}{2}}$.

Экономический факультет
(специальность «политэкономия»)

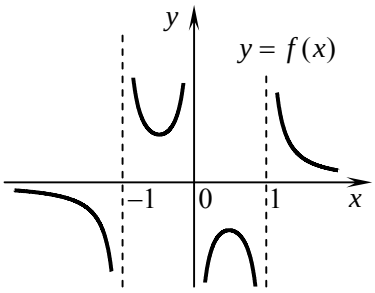
**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: 10% и 20%.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k;\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: 9.
4. Ответ: $(9;2)$ и $(5;-1)$ или $(3;10)$ и $(-1;7)$.
5. Ответ: см. рисунок.




**Ответы к варианту 2**

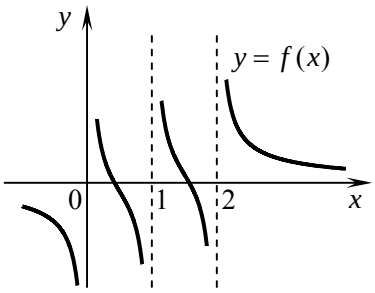
1. Ответ: 5%.
2. Ответ: $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k;\pi+2\pi k : k\in\mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $\frac{4}{3}$.
4. Ответ: $(1;5)$ и $(5;7)$ или $(5;-3)$ и $(9;-1)$.
5. Ответ: см. рисунок.

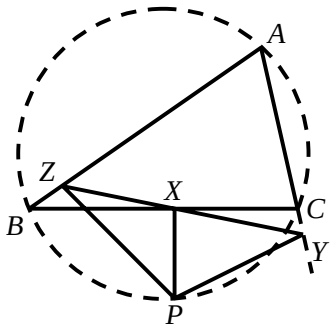
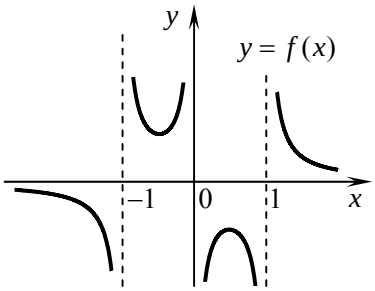


Филологический факультет
(специальность «математическая лингвистика»)

**Ответы к варианту 1**

1. Ответ: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{3}; \pi\right)$.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: НЕТ ОТВЕТА!!!.
4. Ответ: $(9; 2)$ и $(5; -1)$ или $(3; 10)$ и $(-1; 7)$.
5. Ответ: см. рисунок.




**Ответы к варианту 2**

1. Ответ: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Ответ: $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \pi + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: см. рисунок.
4. Ответ: $(1; 5)$ и $(5; 7)$ или $(5; -3)$ и $(9; -1)$.
5. Ответ: см. рисунок.