

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Вариант 1

1. Найдите первый член конечной арифметической прогрессии, состоящей из десяти членов, такой, что после вычеркивания одного из них сумма оставшихся равна 18, сумма всех членов, находящихся перед вычеркнутым, равна 7, а вычеркнутый член меньше 2.
2. Решите неравенство $\frac{3x}{2\sqrt{5-x}-\sqrt{x}} - \frac{3x-2\sqrt{5-x}}{\sqrt{x}} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\cos x(2\sin x - 3) = 2\sqrt{3}\cos 2x + 2\sin x$.
4. Медиана AM треугольника ABC пересекает вписанную в него окружность, радиус которой равен r , в точках P и Q . Найдите площадь треугольника, если известно, что хорда PQ в два раза длиннее каждого из отрезков AP и MQ .
5. К сфере, вписанной в треугольную пирамиду, проведены касательные плоскости, параллельные граням пирамиды. Вокруг четырех пирамид, отсекаемых этими плоскостями от исходной пирамиды, описаны сферы. Радиусы трех из них равны 10. Найдите радиус четвертой сферы, если известно, что радиус описанной сферы исходной пирамиды равен 19.

Вариант 2

1. Найдите первый член конечной арифметической прогрессии, состоящей из одиннадцати членов, такой, что после вычеркивания одного из них сумма оставшихся равна 10, сумма всех членов, находящихся перед вычеркнутым, равна 7, а вычеркнутый член меньше 1.
2. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{10-x}-2x} + \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x}} \geq 2$.
3. Решите уравнение $3\cos 2x + 2\sqrt{6}\sin x = \cos x(1 - 8\sin x)$.
4. Медиана BD треугольника ABC пересекает вписанную в него окружность, радиус которой равен r , в точках M и N . Найдите радиус описанной окружности треугольника, если известно, что хорда MN равна каждому из отрезков BM и ND .
5. Радиус сферы, вписанной в треугольную пирамиду, равен 17. К этой сфере проведены касательные плоскости, параллельные граням пирамиды. В четыре пирамиды, отсекаемые этими плоскостями от исходной пирамиды, вписаны сферы. Радиусы трех из них равны 8. Найдите радиус четвертой сферы.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
биолого-почвенный факультет
(экология)

Вариант 1

1. Из пункта A в пункт B одновременно отправились два туриста. У первого скорость прохождения всего пути была равна v . Второй турист поделил свой путь на три равных участка и проходил их со скоростями v_1 , v_2 , v_3 соответственно. Определите, кто из них раньше пришел в B , если известно, что $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} \neq 1$ и $v_2 = v$.
2. Решите уравнение $\frac{\log_2 x}{\log_3(x-1)} = \frac{\log_2 3}{\log_x |5-2x|}$.
3. Решите неравенство $\sqrt{15+2x-x^2} < 1-x$.
4. Равнобедренная трапеция описана около окружности радиуса r . Найдите ее боковую сторону, если известно, что отношение длин оснований трапеции равно k ($k > 1$).
5. Решите систему
$$\begin{cases} 1 + \cos 2x = 2 \sin y, \\ 1 - \cos^2 x = \cos y. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Из пункта C в пункт D одновременно отправились два туриста. У первого скорость прохождения всего пути была равна v . Второй турист поделил свой путь на три равных участка и проходил их со скоростями v_1 , v_2 , v_3 соответственно. Определите, кто из них раньше пришел в D , если известно, что $v_2 = v$ и $v_2 - v_1 = v_3 - v_2 \neq 0$.
2. Решите уравнение $\frac{\log_3 2}{\log_x(x-1)} = \frac{\log_3 x}{\log_2 |7-3x|}$.
3. Решите неравенство $\sqrt{12-4x-x^2} < 2+x$.
4. Равнобедренная трапеция описана около окружности радиуса r . Найдите основания трапеции, если известно, что разность их длин равна d ($d > 0$).
5. Решите систему
$$\begin{cases} 1 + 2 \sin x = \cos 2y, \\ 1 + \cos x = \sin^2 y. \end{cases}$$

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
филологический факультет
(теоретическая и прикладная лингвистика,
прикладная информатика (в области искусств и гуманитарных наук))

Вариант 1

1. Найдите первый член конечной арифметической прогрессии, состоящей из десяти членов, такой, что после вычеркивания одного из них сумма оставшихся равна 18, сумма всех членов, находящихся перед вычеркнутым, равна 7, а вычеркнутый член меньше 2.
2. Решите неравенство $\frac{3x}{2\sqrt{5-x}-\sqrt{x}} - \frac{3x-2\sqrt{5-x}}{\sqrt{x}} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\cos x(2\sin x - 3) = 2\sqrt{3}\cos 2x + 2\sin x$.
4. Медиана AM треугольника ABC пересекает вписанную в него окружность, радиус которой равен r , в точках P и Q . Найдите площадь треугольника, если известно, что хорда PQ в два раза длиннее каждого из отрезков AP и MQ .
5. Определите число решений уравнения $\log_{3-ax}(10-3x) \cdot \log_{6-2x}(3-ax)^3 = 6$ в зависимости от параметра a .

Вариант 2

1. Найдите первый член конечной арифметической прогрессии, состоящей из одиннадцати членов, такой, что после вычеркивания одного из них сумма оставшихся равна 10, сумма всех членов, находящихся перед вычеркнутым, равна 7, а вычеркнутый член меньше 1.
2. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x}-2x}{\sqrt{10-x}-2x} + \frac{\sqrt{10-x}}{\sqrt{x}} \geq 2$.
3. Решите уравнение $3\cos 2x + 2\sqrt{6}\sin x = \cos x(1-8\sin x)$.
4. Медиана BD треугольника ABC пересекает вписанную в него окружность, радиус которой равен r , в точках M и N . Найдите радиус описанной окружности треугольника, если известно, что хорда MN равна каждому из отрезков BM и ND .
5. Определите число решений уравнения $\log_{bx+4}(x+1) \cdot \log_{2x-4}(bx+4)^2 = 4$ в зависимости от параметра b .

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
факультет психологии
(специальность)

Вариант 1

1. Числа $-\frac{35}{2}$ и 49 являются членами арифметической прогрессии. Найдите ее разность, если известно, что пятнадцатый член прогрессии равен $\frac{25}{4}$, а первый лежит на отрезке $[-60; 70]$.
2. Решите неравенство $\sqrt{x+1} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{3-x} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\sin^2 2x - 2\sin^2 x = \sin 5x + \sin 3x$.
4. В треугольнике ABC медиана $BM = \sqrt{3}$, биссектриса $BL = \frac{\sqrt{6}}{2}$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите AC .
5. Укажите все значения параметра a , при которых из всех целых чисел только два будут решениями неравенства $\log_x 2(x-a) < 1$.

Вариант 2

1. Числа -21 и $\frac{98}{3}$ являются членами арифметической прогрессии. Найдите ее разность, если известно, что тринадцатый член прогрессии равен $\frac{27}{2}$, а первый лежит на отрезке $[-30; 50]$.
2. Решите неравенство $\sqrt{5-x} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{x-1} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\sin^2 2x - 2\cos^2 x = \cos 3x - \cos 5x$.
4. В треугольнике ABC биссектриса $AL = \sqrt{3}$, сторона $BC = 4$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите AB .
5. Укажите все значения параметра b , при которых из всех целых чисел только два будут решениями неравенства $\log_x (2x+b) < 1$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
факультет психологии
(бакалавриат)

Вариант 1

1. Найдите пары чисел $(a; b)$, при которых многочлен $x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx + 1$ является квадратом какого-либо другого многочлена.
2. Решите неравенство $\frac{\sqrt{x^2 + x}}{x - 2} - x > 3$.
3. Решите уравнение $3^{1 + \log_{(x+2)^2} x^2} = |x|^{\log_{(x+2)^2} \frac{1}{81}}$.
4. Решите уравнение $2 + 2 \cos x = \sin x + \sin^2 x$.
5. Биссектрисы AM и CN треугольника ABC пересекаются в точке O , причем $\frac{AO}{OM} = \frac{4}{3}$ и $\frac{CO}{ON} = \frac{3}{2}$. Сторона AC равна 6. Найдите радиус вписанной окружности треугольника ABC .

Вариант 2

1. Найдите пары чисел $(a; b)$, при которых многочлен $x^4 - 3x^3 + ax^2 + bx + 4$ является квадратом какого-либо другого многочлена.
2. Решите неравенство $\frac{\sqrt{2x^2 + 2x - 4}}{x + 3} + x < 2$.
3. Решите уравнение $16 \cdot 2^{1 + \log_{(2x+1)^2} (x+1)^2} = |x + 1|^{\log_{(2x+1)^2} 256}$.
4. Решите уравнение $2 - 2 \cos x = \sin^2 x - \sin x$.
5. Биссектрисы AP и CQ треугольника ABC пересекаются в точке O , причем $\frac{AO}{OP} = \frac{5}{4}$ и $\frac{CO}{OQ} = \frac{2}{1}$. Сторона AB равна 3. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
экономический факультет
(экономическая теория, мировая экономика,
экономика и управление на предприятии, менеджмент организации,
бухгалтерский учет, анализ и аудит, финансы и кредит, экономика)

Вариант 1

1. Было пять ящиков с шарами. Сначала из первого ящика 20% шаров переложили во второй, затем из второго ящика 20% имевшихся в тот момент в нем шаров переложили в третий, и так далее. В конце 20% шаров, имевшихся к тому моменту в пятом ящике, переложили в первый. После этого во всех ящиках оказалось по 64 шара. Сколько шаров было в каждом ящике до перекладывания?
2. Найдите все значения параметра a , при которых уравнения

$$a \sin x = a^2 - 2a - 3 \text{ и } \cos 2x = a^2 - 2a - 2$$

имеют общий корень.

3. Решите неравенство $\frac{\log_x 3}{|x-2|} > \frac{|\log_x 3|}{x-2}$.
4. Имеются ли в треугольнике со сторонами 7, 9 и 12 два угла, один из которых в два раза больше другого? Ответ обосновать.
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $1 + \sqrt{1-x} \geq \sqrt{y-2} + \sqrt{y-x-2}$.

Вариант 2

1. Было четыре кучки камней. Сначала из первой кучки 25% камней переложили во вторую, затем из второй кучки 25% имевшихся в тот момент в ней камней переложили в третью кучку, и так далее. В конце 25% камней, имевшихся к тому моменту в четвертой кучке, переложили в первую. После этого во всех кучках оказалось по 63 камня. Сколько камней было в каждой кучке до перекладывания?
2. Найдите все значения параметра b , при которых уравнения

$$b \cos x = 5 - 4b - b^2 \text{ и } \cos 2x = 4 - 4b - b^2$$

имеют общий корень.

3. Решите неравенство $\frac{\log_x 2}{|3-x|} < \frac{|\log_x 2|}{3-x}$.
4. Имеются ли в треугольнике со сторонами 8, 10 и 12 два угла, один из которых в два раза меньше другого? Ответ обосновать.
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $1 + \sqrt{x+2} \geq \sqrt{x+y+3} + \sqrt{y+2}$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
экономический факультет
(прикладная информатика (в экономике),
математические методы в экономике)

Вариант 1

1. Числа $-\frac{9}{64}$ и 18 являются членами геометрической прогрессии. Найдите ее знаменатель, если известно, что он лежит на интервале $\left(-2; -\frac{4}{5}\right)$ и тринадцатый член прогрессии равен $\frac{9}{8}$.
2. Решите неравенство $\log_9(2+x)^2 + \log_3(2-x) < \log_3 4$.
3. Решите уравнение $\cos x + \sin 3x = \sin 4x + \cos 4x + 1$.
4. Точка D лежит на стороне BC треугольника ABC . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABD и ACD , одинаковы. Найдите угол BAC , если известно, что $\frac{BD}{CD} = \frac{2}{3}$ и $AB = AD$.
5. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{10 + (7-a)x - x^3} - \sqrt{4 - ax} = 2 - \sqrt{10 + 7x - x^3}$$

имеет ровно два решения.

Вариант 2

1. Числа $-\frac{2}{81}$ и 6 являются членами геометрической прогрессии. Найдите ее знаменатель, если известно, что он лежит на интервале $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{3}\right)$ и десятый член прогрессии равен $\frac{2}{3}$.
2. Решите неравенство $\log_4(x-3)^2 + \log_2(x+3) \geq \log_2 9$.
3. Решите уравнение $\cos x - \sin 3x = \sin 4x - \cos 4x - 1$.
4. Точка D лежит на гипотенузе AB треугольника ABC . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ACD и BCD , одинаковы. Найдите отношение $\frac{AC}{BC}$, если известно, что $\frac{AD}{BD} = \frac{5}{12}$.
5. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение

$$\sqrt{x^3 - (13-b)x + 13} - \sqrt{1 + bx} = 1 - \sqrt{x^3 - 13x + 13}$$

имеет ровно два решения.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
геологический факультет

Вариант 1

1. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|2x - |y|| = |y|$.
2. Решите неравенство $\sqrt{x+1} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{3-x} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x + \operatorname{ctg} x = \sin 2x$.
4. В треугольнике ABC медиана $CM = \sqrt{10}$, биссектриса $CL = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите стороны треугольника.
5. Укажите все значения параметра a , при которых из всех целых чисел только одно будет решением неравенства $\log_x 2(x-a) < 1$.

Вариант 2

1. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|2|x| + y| = |x|$.
2. Решите неравенство $\sqrt{5-x} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{x-1} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x = \sin 2x$.
4. В треугольнике ABC медиана $CM = 5$, биссектриса $BL = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите стороны треугольника.
5. Укажите все значения параметра b , при которых из всех целых чисел только одно будет решением неравенства $\log_x (2x+b) < 1$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
факультет географии и геоэкологии,
химический факультет

Вариант 1

1. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $|2x - |y|| \leq |y|$.
2. Решите неравенство $\sqrt{x+1} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{3-x} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x + \operatorname{ctg} x = \sin 2x$.
4. В треугольнике ABC медиана $BM = \sqrt{3}$, биссектриса $BL = \frac{\sqrt{6}}{2}$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите AC .
5. Укажите все значения параметра a , при которых из всех целых чисел только два будут решениями неравенства $\log_x 2(x-a) < 1$.

Вариант 2

1. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|2|x| + y| \leq |x|$.
2. Решите неравенство $\sqrt{5-x} + (\sqrt{2}-1)\sqrt{x-1} \leq 2$.
3. Решите уравнение $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x = \sin 2x$.
4. В треугольнике ABC биссектриса $AL = \sqrt{3}$, сторона $BC = 4$ и $\angle ACB = 90^\circ$. Найдите AB .
5. Укажите все значения параметра b , при которых из всех целых чисел только два будут решениями неравенства $\log_x (2x+b) < 1$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
факультет международных отношений
(прикладная информатика (в гуманитарной сфере))

Вариант 1

1. При каких значениях коэффициента a многочлены

$$P(x) = -x^2 + ax + 3 \text{ и } Q(x) = 3x^2 + (4 - 5a)x + 1$$

имеют общий корень?

2. Решите уравнение $5 + 3 \sin 2x + 2 \operatorname{tg} x = 7 \cos 2x$.
3. Решите неравенство $\log_{x+1} \frac{4x-2}{x+1} \leq 1$.
4. Площадь выпуклого пятиугольника $ABCDE$ равна $121\sqrt{3}$. Угол при вершине A равен 60° , а все остальные углы равны между собой. Найдите AE , если $AB = 10$ и $BC = 20$.
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $2 + \sqrt{x-2} - \sqrt{y+1} = \sqrt{x-y+1}$.

Вариант 2

1. При каких значениях коэффициента b многочлены

$$P(x) = 2x^2 + bx + 1 \text{ и } Q(x) = x^2 + (4b - 15)x + 2$$

имеют общий корень?

2. Решите уравнение $5 + 8 \cos 2x - 3 \operatorname{ctg} x = 2 \sin 2x$.
3. Решите неравенство $\log_{x+2} \frac{2x+5}{x+2} \leq 1$.
4. Площадь выпуклого пятиугольника $ABCDE$ равна $266\sqrt{3}$. Угол при вершине B равен 60° , а все остальные углы равны между собой. Найдите BC , если $CD = 14$ и $AE = 6$.
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $2 - \sqrt{2-x} + \sqrt{y-1} = \sqrt{x+y+1}$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2005 год
факультет менеджмента

Вариант 1

1. Первые три члена геометрической прогрессии являются также членами арифметической прогрессии. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что он лежит на отрезке $[-5; -3]$, а первый и третий члены геометрической прогрессии являются седьмым и вторым членами арифметической прогрессии соответственно.
2. Решите уравнение $\log_{\frac{x}{2}} 3 + \log_6 x = 2$.
3. Решите неравенство $\frac{2\cos x - 1}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{2\cos x - 1}{\sqrt{1-x}}$.
4. Проведены две прямые, касающиеся окружности, вписанной в треугольник ABC , и параллельные сторонам BC и AC . Площади треугольников, отсекаемых этими прямыми от треугольника ABC , равны 25 и 121. Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что угол BAC в два раза меньше угла ABC .
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|x + y^2| = |x^2 - y|$.

Вариант 2

1. Первые три члена геометрической прогрессии являются также членами арифметической прогрессии. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что он лежит на отрезке $[2; 5]$, а первый и третий члены геометрической прогрессии являются девятым и вторым членами арифметической прогрессии соответственно.
2. Решите уравнение $\log_{\frac{6}{x}} 2 + \log_3 x = 2$.
3. Решите неравенство $\frac{2\sin x + 1}{\sqrt{x+2}} \leq \frac{2\sin x + 1}{\sqrt{3-x}}$.
4. Проведены две прямые, касающиеся окружности, вписанной в треугольник ABC , и параллельные сторонам AB и AC . Площади треугольников, отсекаемых этими прямыми от треугольника ABC , равны 16 и 100. Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что угол ACB в два раза больше угла ABC .
5. Изобразите на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $|x| - y^2 = |x^2 - y|$.

Ответы к вариантам

Математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Ответы к варианту 1

1. Ответ: первый член прогрессии равен $\frac{179}{110}$.
2. Ответ: $\left[1; \frac{5}{2}\right] \cup (4; 5]$.
3. Ответ: $\left\{ \arctg 2\sqrt{3} + \arctg \frac{3}{2} + 2\pi k; \frac{1}{3} \left(\arctg 2\sqrt{3} - \arctg \frac{3}{2} \right) + \frac{\pi(2k+1)}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: площадь треугольника ABC равна $\frac{13\sqrt{39}}{12} r^2$.
5. Ответ: радиус четвертой сферы равен 8.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: первый член прогрессии равен $\frac{193}{144}$.
2. Ответ: $(0; 1] \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{161}}{8}; 5 \right]$.
3. Ответ: $\left\{ \arctg \frac{4}{3} + \arctg 2\sqrt{6} + 2\pi k; \frac{1}{3} \left(\arctg \frac{4}{3} - \arctg 2\sqrt{6} \right) + \frac{2\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: радиус описанной окружности треугольника ABC равен $\frac{325}{72} r$.
5. Ответ: радиус четвертой сферы равен 10.

Биолого-почвенный факультет
(экология)

Ответы к варианту 1

1. Ответ: первый турист придет раньше.
2. Ответ: $\{4\}$.
3. Ответ: $[-3; 1 - \sqrt{8})$.
4. Ответ: боковая сторона трапеции равна $r\left(\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}}\right)$.
5. Ответ: $\left\{\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; 2\pi k\right); \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right); k, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: первый турист придет раньше.
2. Ответ: $\{3\}$.
3. Ответ: $(-2 + \sqrt{8}; 2]$.
4. Ответ: основания трапеции равны $\frac{\sqrt{d^2 + 16r^2} + d}{2}$ и $\frac{\sqrt{d^2 + 16r^2} - d}{2}$.
5. Ответ: $\left\{\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k\right); (\pi + 2\pi n; \pi k); k, n \in \mathbb{Z}\right\}$.

Филологический факультет
(теоретическая и прикладная лингвистика,
прикладная информатика (в области искусств и гуманитарных наук))

Ответы к варианту 1

1. Ответ: первый член прогрессии равен $\frac{179}{110}$.
2. Ответ: $\left[1; \frac{5}{2}\right] \cup (4; 5]$.
3. Ответ: $\left\{ \arctg 2\sqrt{3} + \arctg \frac{3}{2} + 2\pi k; \frac{1}{3} \left(\arctg 2\sqrt{3} - \arctg \frac{3}{2} \right) + \frac{\pi(2k+1)}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: площадь треугольника ABC равна $\frac{13\sqrt{39}}{12}r^2$.
5. Ответ: при $a \in (-\infty; 1) \cup \left(1; \frac{3}{2}\right)$ — одно решение; при остальных a решений нет.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: первый член прогрессии равен $\frac{193}{144}$.
2. Ответ: $(0; 1] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{161}}{8}; 5 \right]$.
3. Ответ: $\left\{ \arctg \frac{4}{3} + \arctg 2\sqrt{6} + 2\pi k; \frac{1}{3} \left(\arctg \frac{4}{3} - \arctg 2\sqrt{6} \right) + \frac{2\pi k}{3} : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: радиус описанной окружности треугольника ABC равен $\frac{325}{72}r$.
5. Ответ: при $b \in \left(-\frac{4}{3}; -1\right) \cup (-1; +\infty)$ — одно решение; при остальных b решений нет.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: разность прогрессии равна $\frac{19}{8}$.
2. Ответ: $[-1; 1] \cup \{3\}$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \pi k; (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{65}-1}{8} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: сторона AC равна $2\sqrt{2}$.
5. Ответ: $a \in \left(\frac{3}{2}; 2 \right) \cup \left(2; \frac{5}{2} \right] \cup \{3\}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: разность прогрессии равна $-\frac{23}{12}$.
2. Ответ: $\{1\} \cup [3; 5]$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \arccos \frac{1-\sqrt{65}}{8} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: сторона AB равна $3\sqrt{2}$.
5. Ответ: $b \in \{-6\} \cup [-5; -4) \cup (-4; -3)$.

Ответы к варианту 1

1. Ответ: $\left(\frac{17}{4}; -\frac{5}{2}\right)$ или $\left(\frac{33}{4}; \frac{5}{2}\right)$.
2. Ответ: $\left(-\infty; -\frac{\sqrt{37}+1}{2}\right) \cup \left(2; \frac{\sqrt{37}-1}{2}\right)$.
3. Ответ: $\{-1-\sqrt{2}; -1+\sqrt{2}\}$.
4. Ответ: $\left\{\pi + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
5. Ответ: радиус вписанной окружности равен $\frac{\sqrt{23}}{2}$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: $\left(\frac{25}{4}; -6\right)$ или $\left(-\frac{7}{4}; 6\right)$.
2. Ответ: $(-\infty; -3) \cup \left(-\frac{\sqrt{17}+1}{2}; -2\right] \cup \left[1; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$.
3. Ответ: $\left\{-\frac{3}{4}\right\}$.
4. Ответ: $\left\{2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
5. Ответ: радиус описанной окружности равен $\frac{8}{\sqrt{15}}$.

Экономический факультет
(экономическая теория, мировая экономика,
экономика и управление на предприятии, менеджмент организации,
бухгалтерский учет, анализ и аудит, финансы и кредит, экономика)

Ответы к варианту 1

1. Ответ: см. таблицу.

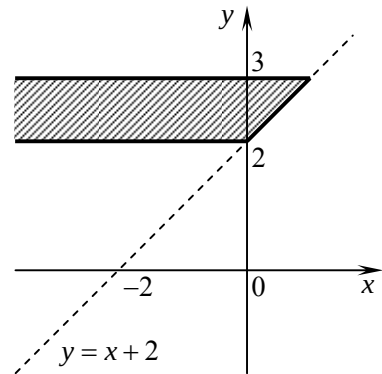
Номер ящика	1	2	3	4	5
Число шаров	60	68	64	64	64

2. Ответ: $a = -1$, $a = 3$, $a = \frac{2 - \sqrt{22}}{3}$.

3. Ответ: (1; 2).

4. Ответ: да, углы $2\arccos\frac{2}{3}$ и $\arccos\frac{2}{3}$.

5. Ответ: см. рисунок.



Ответы к варианту 2

1. Ответ: см. таблицу.

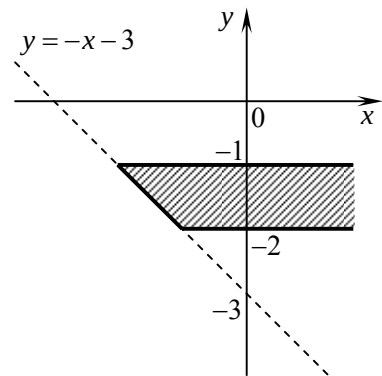
Номер кучки	1	2	3	4
Число камней	56	70	63	63

2. Ответ: $b = -5$, $b = 1$, $b = \frac{-4 + \sqrt{46}}{3}$.

3. Ответ: (0; 1).

4. Ответ: да, углы $\arccos\frac{1}{3}$ и $2\arccos\frac{1}{3}$.

5. Ответ: см. рисунок.



Экономический факультет
(прикладная информатика (в экономике),
математические методы в экономике)

Ответы к варианту 1

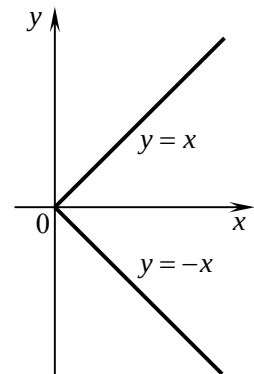
1. Ответ: знаменатель прогрессии равен $-\sqrt[3]{2}$.
2. Ответ: $(-2\sqrt{2}; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; 2)$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; -\frac{\pi}{4} + \pi k; -\frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{1}{2\sqrt{2}} + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$.
5. Ответ: $a \in [-4; -2) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty \right)$.

Ответы к варианту 2

1. Ответ: знаменатель прогрессии равен $-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.
2. Ответ: $\{0\} \cup [3\sqrt{2}; +\infty)$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; \frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} \pm \arccos \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) + 2\pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{9}$.
5. Ответ: $b \in \left[-1; -\frac{1}{3} \right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty \right)$.

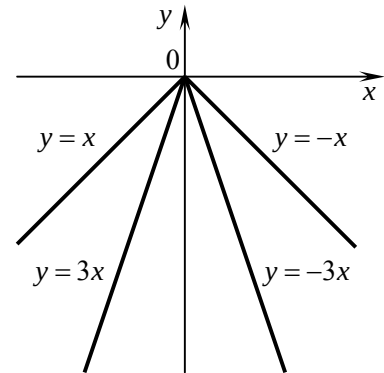
Ответы к варианту 1

1. Ответ: см. рисунок.
2. Ответ: $[-1; 1] \cup \{3\}$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{\sqrt{17}-3}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: гипотенуза AC равна $2\sqrt{10}$, катеты равны 2 и 6.
5. Ответ: $a \in \left(1; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$.



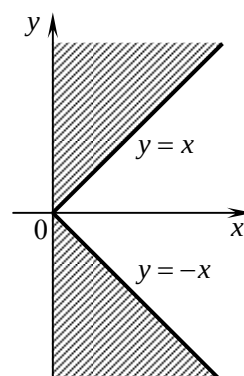
Ответы к варианту 2

1. Ответ: см. рисунок.
2. Ответ: $\{1\} \cup [3; 5]$.
3. Ответ: $\left\{ \pi k; \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{3-\sqrt{17}}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: $AB = 10$, $BC = \frac{10}{9}$, $AC = \frac{40\sqrt{5}}{9}$.
5. Ответ: $b \in \{-4\} \cup [-3; -2)$.



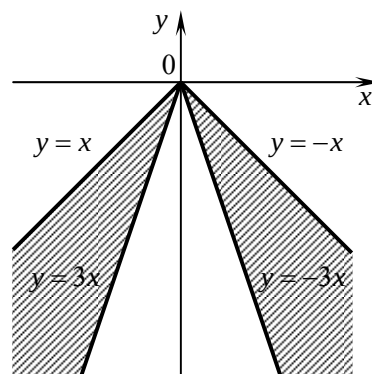
Ответы к варианту 1

1. Ответ: см. рисунок.
2. Ответ: $[-1; 1] \cup \{3\}$.
3. Ответ: $\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{\sqrt{17}-3}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: сторона AC равна $2\sqrt{2}$.
5. Ответ: $a \in \left(\frac{3}{2}; 2 \right) \cup \left(2; \frac{5}{2} \right] \cup \{3\}$.



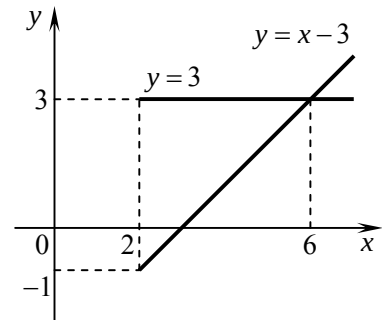
Ответы к варианту 2

1. Ответ: см. рисунок.
2. Ответ: $\{1\} \cup [3; 5]$.
3. Ответ: $\left\{ \pi k; \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{3-\sqrt{17}}{4} + \pi k : k \in \mathbb{Z} \right\}$.
4. Ответ: сторона AB равна $3\sqrt{2}$.
5. Ответ: $b \in \{-6\} \cup [-5; -4) \cup (-4; -3)$.



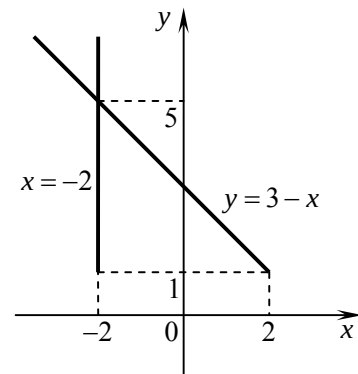
Ответы к варианту 1

1. Ответ: $a = -\frac{1}{2}$ или $a = \frac{13}{4}$.
2. Ответ: $\left\{-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \arctg \frac{3}{7} + \frac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
4. Ответ: сторона AE равна 26.
5. Ответ: см. рисунок.



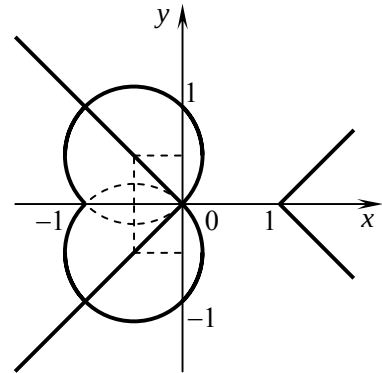
Ответы к варианту 2

1. Ответ: $b = \frac{9}{2}$ или $b = \frac{51}{7}$.
2. Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2} \arctg \frac{1}{4} + \frac{\pi k}{2} : k \in \mathbb{Z}\right\}$.
3. Ответ: $(-2; -1) \cup [\sqrt{2} - 1; +\infty)$.
4. Ответ: сторона BC равна 22.
5. Ответ: см. рисунок.



Ответы к варианту 1

1. Ответ: знаменатель геометрической прогрессии равен $-\frac{7}{2}$.
2. Ответ: $\{6; 12\}$.
3. Ответ: $\left(-3; -\frac{\pi}{3}\right] \cup [-1; 1)$.
4. Ответ: площадь треугольника ABC равна 400.
5. Ответ: см. рисунок.



Ответы к варианту 2

1. Ответ: знаменатель геометрической прогрессии равен $\frac{5}{2}$.
2. Ответ: $\{3; 18\}$.
3. Ответ: $\left(-2; -\frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 3\right)$.
4. Ответ: площадь треугольника ABC равна 784.
5. Ответ: см. рисунок.

