

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
математико-механический факультет

Вариант 1

1. Две вершины квадрата лежат на оси абсцисс координатной плоскости Oxy , а две другие — на графике функции $y = 2x^2 + 6x + \frac{1}{2}$. Найти площадь квадрата.
2. Решить уравнение $x\sqrt{\frac{x-3}{x}} = x^2 - 3x - 6$.
3. Решить неравенство $x \cdot \log_2 \left(4^{\frac{1}{x}} - \frac{3}{4} \right) > 1$.
4. Все вершины правильной четырёхугольной призмы лежат на поверхности тетраэдра $ABCD$, рёбра которого равны 2. При этом AB и CD параллельны рёбрам основания призмы. Найти высоту призмы, если известно, что она в два раза короче каждого из рёбер основания призмы.
5. Найти все целые положительные n , при которых уравнение $\sin nx + \sin x = 0$ имеет только одно решение на промежутке $(0,1)$.

Вариант 2

1. Две вершины квадрата лежат на оси абсцисс координатной плоскости Oxy , а две другие — на графике функции $y = x^2 - 3x - \frac{3}{4}$. Найти площадь квадрата.
2. Решить уравнение $x\sqrt{\frac{x+2}{x}} = x^2 + 2x - 2$.
3. Решить неравенство $x \cdot \log_3 \left(3^{\frac{1}{x}} - \frac{5}{6} \right) > -1$.
4. Все вершины правильной четырёхугольной призмы лежат на поверхности тетраэдра $ABCD$, рёбра которого равны 1. При этом AB и CD параллельны рёбрам основания призмы. Найти высоту призмы, если известно, что она в два раза длиннее каждого из рёбер основания призмы.
5. Найти все целые положительные n , при которых уравнение $\cos nx + \cos x = 0$ имеет только одно решение на промежутке $(0,1)$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
филологический факультет
(лингвистика, прикладная информатика (в области искусств и гуманитарных наук))

Вариант 1

1. Между городами A и B организовано регулярное круглосуточное автобусное сообщение. Каждый час одновременно из A и из B отправляются автобусы. Через полчаса после отправления очередных автобусов из A в B выехал автомобиль и через 1 час догнал вышедший перед ним автобус, а ещё через 3 часа 40 минут доехал до города B . Со сколькими встречными автобусами он повстречался?
2. Решить уравнение $\sin 8x + 2 \sin 4x + 4 \cos 2x = 0$.
3. Решить неравенство $\sqrt{x^2 - x} < (x + 2) | x - 3 |$.
4. Одна окружность вписана в треугольник ABC , а другая касается лишь двух его сторон AC и BC . Кроме того, обе окружности касаются прямой, параллельной стороне AB , и расстояние между их точками касания с AC равно 6. Найти AB , если известно, что $AC = 35$ и $BC : AB = 1 : 2$.
5. Решить уравнение $4 \cdot 3^{x+2} + 14 \cdot 5^x = 25^x + 49$.

Вариант 2

1. Между городами C и D организовано регулярное круглосуточное автобусное сообщение. Каждые полчаса одновременно из C и из D отправляются автобусы. Через 15 минут после отправления очередных автобусов из D в C выехал автомобиль и через 30 минут догнал вышедший перед ним автобус. Со сколькими встречными автобусами он повстречался, если весь путь автомобиля из D в C занял 2 часа 40 минут?
2. Решить уравнение $\sin 8x - 2 \sin 4x + 4 \sin 2x = 0$.
3. Решить неравенство $\sqrt{x^2 + x} < (x + 2) | x - 1 |$.
4. Одна окружность вписана в треугольник ABC , а другая касается лишь двух его сторон AC и BC . Кроме того, обе окружности касаются прямой, параллельной стороне AB , и расстояние между их точками касания с AC равно 5. Найти AB , если известно, что $BC = 32$ и $AC : AB = 1 : 3$.
5. Решить уравнение $9^x + 7 \cdot 2^{2x+1} = 16^x + 49$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
экономический факультет
(прикладная информатика (в экономике),
математические методы в экономике)

Вариант 1

1. Населённые пункты A , B и C расположены вдоль по течению реки на равном расстоянии друг от друга. В одно и тоже время по течению реки из A отправляется катер, из B — теплоход, а из C — плот. Теплоход догоняет плот через 2 часа, а ещё через час плот догоняет катер. Через какое время после своего выхода из A катер догонит теплоход?
2. Решить уравнение
$$\frac{2x^2 - x - 1 + (x+1)\sqrt{2x^2 - 3x - 2}}{x^2 - x - 2 + (x-1)\sqrt{2x^2 - 3x - 2}} = \frac{2x+1}{3\sqrt{2}}.$$
3. Найти площадь множества точек на плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|x^2 + 2y| + |x^2 - 2y| + |y^2 + 2x| + |y^2 - 2x| \leq 96$.
4. Решить уравнение $\cos x \cos\left(3x + \frac{\pi}{7}\right) \cos\left(3x - \frac{\pi}{7}\right) + \sin x \sin\left(3x + \frac{\pi}{7}\right) = 1$.
5. В треугольник ABC вписана окружность с центром в точке O . Вторая окружность с центром в точке P касается лучей AB и AC и стороны BC извне. Известно, что угол BAC равен α , а сумма расстояний от точки O до вершин B и C равна m . Найти сумму расстояний до тех же вершин от точки P .

Вариант 2

1. Населённые пункты A , B и C расположены вдоль по течению реки на равном расстоянии друг от друга. В одно и тоже время из A по течению реки отправляется плот, из B против течения отправляется теплоход, а из C , также против течения, — катер. Теплоход встречает плот через час, а ещё через полчаса плот встречается с катером. Через какое время после своего выхода из C катер догонит теплоход?
2. Решить уравнение
$$\frac{2x^2 - 3x + (2-x)\sqrt{2x^2 - x - 3}}{x^2 - x - 2 - x\sqrt{2x^2 - x - 3}} = \frac{3-2x}{3\sqrt{2}}.$$
3. Найти площадь множества точек на плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|x^2 + 3y| + |x^2 - 3y| + |y^2 + 3x| + |y^2 - 3x| \leq 20$.
4. Решить уравнение $\sin x \cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) + \cos x \sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) \sin\left(x + \frac{2\pi}{5}\right) = 1$.
5. В угол величиной α ($0 < \alpha < 180^\circ$) вписаны две непересекающиеся окружности с центрами в точках A и B . Длина AB равна n . Отрезок MN с концами на сторонах угла касается обеих окружностей. Найти разность площадей треугольников AMN и BMN .

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
экономический факультет
(экономическая теория, мировая экономика,
экономика и управление на предприятии, менеджмент организации,
бухгалтерский учет, анализ и аудит, финансы и кредит, экономика)

Вариант 1

1. Гроссмейстер даёт сеанс одновременной игры в шахматы на нескольких досках. В течение первых двух часов он выиграл $a\%$ партий и проиграл b партий. За последующие два часа он выиграл $c\%$ оставшихся партий, m партий проиграл и n партий закончил вничью. На скольких досках шла игра?
2. Найти произведение всех корней уравнения $\left(\frac{x^2 - 2x - 3\sqrt{2}}{x}\right)^2 - 5x = -\frac{15\sqrt{2}}{x} - 16$ и уравнения $\log_3 \sqrt{11-x} \cdot \log_{x-1} 9 = 3$.
3. Построить график функции $y(x) = \sqrt{\frac{\frac{3}{x^4} + 1}{\frac{1}{x^4} + 1} - x^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{\frac{3}{x^4} - 1}{\frac{1}{x^4} - 1} - \sqrt{x}\right)} : (\sqrt{x^3} - x)$.
4. Решить неравенство $\sqrt{2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} + 2 \sin x \cos x > 1$.
5. Прямая, параллельная основаниям трапеции, делит её на две части, площади которых относятся как $7:2$, считая от большего основания. Найти длину отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, если основания трапеции равны 5 и 3.

Вариант 2

1. Гроссмейстер даёт сеанс одновременной игры в шахматы на d досках. В течение первых двух часов он выиграл $a\%$ партий и проиграл b партий. За последующие два часа он выиграл $c\%$ оставшихся партий, m партий проиграл и несколько партий закончил вничью. Определить, сколько партий гроссмейстер закончил вничью.
2. Найти произведение всех корней уравнения $\left(\frac{x^2 + 4x - 3\sqrt{6}}{x}\right)^2 - 3x = -\frac{9\sqrt{2}}{x} + 40$ и уравнения $\log_5 \sqrt{9-x} \cdot \log_{x+1} 25 = 3$.
3. Построить график функции $y(x) = \sqrt{\frac{\frac{3}{x^4} + 8}{\frac{1}{x^4} + 2} - 2x^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{\frac{3}{x^4} - 8}{\frac{1}{x^4} - 2} - \sqrt{x}\right)} : (4x - \sqrt{x^3})$.
4. Решить неравенство $\sqrt{3 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} - 1 \geq 2 \sin x \cos x$.
5. Прямая, параллельная основаниям трапеции, делит её на две части. Длина отрезка этой прямой, заключённого между боковыми сторонами трапеции, равна $\frac{1}{3}\sqrt{109}$. Основания трапеции равны 5 и 3. Найти отношение площадей полученных трапеций (считая от большего основания).

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
биолого-почвенный факультет

Вариант 1

1. Разность арифметической прогрессии равна $\frac{1}{10}$. Определить её первый член, если известно, что он лежит в интервале $(10, 12)$, и существует число n такое, что отношение суммы первых $n+1$ членов прогрессии к сумме последующих n членов равно $\frac{n}{n+1}$.
2. Решить уравнение $(2 \sin x - 1)(\sin x + 1) = \cos x$.
3. Решить неравенство $\sqrt{2x - \frac{6}{x}} < x + \sqrt{3 - \frac{6}{x}}$.
4. Прямая OA , где O — центр вписанной окружности треугольника ABC , пересекает сторону BC в точке D . Периметр треугольника в три раза больше одной из его сторон. Найти радиус описанной окружности треугольника ABC , если известно, что самая короткая сторона равна 4 и $OD : OA = 2 : 3$.
5. Решить уравнение $\log_3 \left(\frac{6}{x} - 9 \right) - \log_x (2 - 3x) = 0$.

Вариант 2

1. Разность арифметической прогрессии равна $\frac{1}{9}$. Определить её первый член, если известно, что он лежит в интервале $(12, 15)$, и существует число n такое, что отношение суммы первых n членов прогрессии к сумме последующих $n-1$ членов равно $1 - \frac{1}{n}$.
2. Решить уравнение $(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = \sin x$.
3. Решить неравенство $\sqrt{\frac{2}{x}} + 2 > x + \sqrt{\frac{2}{x} - x}$.
4. Прямая OA , где O — центр вписанной окружности треугольника ABC , пересекает сторону BC в точке D . Периметр треугольника в три раза больше одной из его сторон. Найти радиус описанной окружности треугольника ABC , если известно, что самая длинная сторона равна 7 и $OD : OA = 1 : 4$.
5. Решить уравнение $\log_2 \left(\frac{2}{x} - 4 \right) - \log_x (1 - 2x) = 0$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
факультет менеджмента
(финансовый менеджмент)

Вариант 1

1. Определить число членов конечной арифметической прогрессии, если известно, что первый её член положителен, в 51 раз больше одного из членов прогрессии и равен сумме её последних шести членов.
2. Решить неравенство $\sqrt{8x^2 + 3x + 4} \geq 3 + \sqrt{x + 1}$.
3. Решите уравнение $\log_9 \frac{2x-1}{x} + \log_9 (2x^2 - x) = \log_3 (9 - x^2)$.
4. Площадь трапеции $ABCD$ равна S . Основание AB в 7 раз длиннее основания CD . На стороне AD выбрана точка K такая, что площадь треугольника ABK в два раза меньше площади треугольника BCK . Найти площадь треугольника CDK .
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $1 + \cos 2x + \sin 2x = a \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ имеет на отрезке $[0, 2\pi]$ ровно три решения.

Вариант 2

1. Определить число членов конечной арифметической прогрессии, если известно, что первый её член положителен, в 15 раз больше одного из членов прогрессии и равен сумме её последних шести членов.
2. Решить неравенство $\sqrt{8x^2 - 2x + 1} \geq 2 + \sqrt{2x + 1}$.
3. Решите уравнение $\log_4 \frac{2x+3}{x} + \log_4 (2x^2 + 3x) = \log_2 (8 - 2x - x^2)$.
4. Площадь трапеции $ABCD$ равна S . Основание BC в 5 раз короче основания AD . На стороне AB выбрана точка M такая, что площадь треугольника ADM в два раза больше площади треугольника CDM . Найти площадь треугольника BCM .
5. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $1 - \cos 2x + \sin 2x = a \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ имеет на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$ ровно три решения.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
факультет менеджмента
(государственное и муниципальное управление)

Вариант 1

1. Велосипедист выехал из пункта A точно в полдень и спустя 2 часа 30 минут прибыл в пункт B . В 12 часов 20 минут из A вслед за велосипедистом выехал автомобиль. Найти время его прибытия в пункт B , если известно, что это случилось спустя 25 минут после того, как он обогнал велосипедиста.
2. Решить уравнение $\sqrt{8x^2 + 3x + 4} = 3 + \sqrt{x + 1}$.
3. Решить уравнение $(2\cos x + 1)(\cos x - 1) = \frac{\sin x - \cos x}{2}$.
4. Площадь трапеции $ABCD$ равна S . Основание AB в 7 раз длиннее основания CD . На стороне AD выбрана точка K такая, что площадь треугольника ABK в два раза меньше площади треугольника BCK . Найти площадь треугольника CDK .
5. Решить неравенство $|3 - \log_x 2| + |\log_x 2 + 1| \leq 4$.

Вариант 2

1. В 6 часов утра из пункта A в пункт B выехал мотоциклист. Спустя некоторое время вслед за ним выехал автомобиль. Через 1 час он догнал мотоцикл. Найти время прибытия мотоциклиста в B , если известно, что это случилось через 1 час после того, как его догнал автомобиль, а автомобиль прибыл в B в 8 часов 10 минут.
2. Решить уравнение $\sqrt{8x^2 - 2x + 1} = 2 + \sqrt{2x + 1}$.
3. Решить уравнение $(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = \frac{\sin x + \cos x}{2}$.
4. Площадь трапеции $ABCD$ равна S . Основание BC в 5 раз короче основания AD . На стороне AB выбрана точка M такая, что площадь треугольника ADM в два раза больше площади треугольника CDM . Найти площадь треугольника BCM .
5. Решить неравенство $|1 - \log_x 3| + |\log_x 3 + 2| \leq 3$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
факультет географии и геоэкологии

Вариант 1

1. Из некоторого пункта выехали велосипед и через 20 минут вслед за ним автомобиль и мотоцикл. Автомобиль, догнав велосипед, мгновенно повернул обратно и спустя 2 минуты встретил мотоцикл. Скорости мотоцикла и велосипеда равны 50 и 25 км/ч. Найти скорость автомобиля.
2. Решить уравнение $\sin 2x + 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$.
3. Решить неравенство $\log_2 x \leq \frac{\log_2(1+7x-3x^2)}{\log_x 3}$.
4. В окружность радиуса 4 вписан прямоугольный треугольник площади $8\sqrt{3}$. Биссектрисы углов треугольника пересекают эту окружность в точках A , B и C . Найти площадь треугольника ABC .
5. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $|x - 3y - 6| + |x + 3y| \leq 6$.

Вариант 2

1. Из некоторого пункта выехали мотоцикл и через 20 минут вслед за ним автомобиль и велосипед. Когда автомобиль догнал мотоцикл, мотоцикл мгновенно повернул обратно и спустя 45 минут встретил велосипед. Скорости автомобиля и велосипеда равны 60 и 15 км/ч. Найти скорость мотоцикла.
2. Решить уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin 2x = 1$.
3. Решить неравенство $\log_3 x \leq \frac{\log_3(1+7x-2x^2)}{\log_x 4}$.
4. В окружность радиуса 2 вписан прямоугольный треугольник площади 4. Биссектрисы углов треугольника пересекают эту окружность в точках A , B и C . Найти площадь треугольника ABC .
5. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $|2x + y - 4| + |2x - y| \leq 4$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
геологический факультет

Вариант 1

1. Из некоторого пункта выехали велосипед и через 20 минут вслед за ним автомобиль и мотоцикл. Автомобиль, догнав велосипед, мгновенно повернул обратно и спустя 2 минуты встретил мотоцикл. Скорости мотоцикла и велосипеда равны 50 и 25 км/ч. Найти скорость автомобиля.
2. Решить уравнение $\sin 2x + 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$.
3. Решить уравнение $\log_2 x = \frac{\log_2 (1 + 7x - 3x^2)}{\log_x 3}$.
4. В окружность радиуса 4 вписан прямоугольный треугольник площади $8\sqrt{3}$. Биссектрисы углов треугольника пересекают эту окружность в точках A , B и C . Найти площадь треугольника ABC .
5. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $y = |x - |3 - x|| + 2|$.

Вариант 2

1. Из некоторого пункта выехали мотоцикл и через 20 минут вслед за ним автомобиль и велосипед. Когда автомобиль догнал мотоцикл, мотоцикл мгновенно повернул обратно и спустя 45 минут встретил велосипед. Скорости автомобиля и велосипеда равны 60 и 15 км/ч. Найти скорость мотоцикла.
2. Решить уравнение $2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin 2x = 1$.
3. Решить уравнение $\log_3 x = \frac{\log_3 (1 + 7x - 2x^2)}{\log_x 4}$.
4. В окружность радиуса 2 вписан прямоугольный треугольник площади 4. Биссектрисы углов треугольника пересекают эту окружность в точках A , B и C . Найти площадь треугольника ABC .
5. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству $y = |x + |2 + x|| - 3|$.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
факультет международных отношений
(прикладная информатика (в гуманитарной сфере))

Вариант 1

1. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $\frac{x^2 - 1}{x + y} \leq \frac{|x - y|}{y}$.
2. Решить неравенство $\log_{x+1} x - 2 \log_x (x + 1) \geq 1$.
3. Решить уравнение $\cos 3x - \sin 3x = 2 \sin 2x - 1$.
4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{3x + 2a - 1} - \sqrt{x + 2a} = \sqrt{x + 1} - \sqrt{2 - x}$ имеет единственное решение.
5. В равнобедренную трапецию с боковой стороной 8 вписана окружность радиуса 3. Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

Вариант 2

1. Изобразить на плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $\frac{x^2 - 1}{x - y} \geq \frac{|x + y|}{y}$.
2. Решить неравенство $\log_{x-1} x - 2 \log_x (x - 1) \leq 1$.
3. Решить уравнение $\cos 3x + \sin 3x = 2 + 4 \sin 2x$.
4. Найти все значения параметра b , при которых уравнение $\sqrt{2b - 3x} - \sqrt{2b + 1 - x} = \sqrt{1 - x} - \sqrt{x + 2}$ имеет единственное решение.
5. В равнобедренную трапецию площади 12 вписана окружность радиуса $\frac{3}{2}$. Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

Санкт-Петербургский государственный университет, 2007 год
факультет психологии

Вариант 1

1. Арифметическая прогрессия состоит из пяти членов. Сумма квадратов членов с нечётными номерами равна 14. Сумма кубов членов с чётными номерами равна 19. Найти сумму членов прогрессии.
2. Решить уравнение $\log_2^2(5x) + \log_2^2(7x) = \log_2^2 5 + \log_2^2 7$.
3. Решить уравнение $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Решить систему
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{10}. \end{cases}$$
5. Дан треугольник PQR . Точка T — центр вписанной окружности. Лучи PT и QT пересекают прямую, проходящую через точку R параллельно стороне PQ , в точках E и F соответственно. Известно, что площади треугольников PQR и TFE равны. Какую часть сторона PQ составляет от периметра треугольника PQR ?

Вариант 2

1. Арифметическая прогрессия состоит из пяти членов. Сумма квадратов всех членов прогрессии равна 125. Сумма кубов членов прогрессии с нечётными номерами равна 291. Найти сумму членов прогрессии.
2. Решить уравнение $\log_5^2(2x) + \log_5^2(9x) = \log_5^2 2 + \log_5^2 9$.
3. Решить уравнение $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.
4. Решить систему
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{3}, \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{x+z} = \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{7}. \end{cases}$$
5. Через вершину B треугольника ABC проведена прямая ℓ , параллельная стороне AC . Биссектриса угла A пересекает ℓ в точке A' , а биссектриса угла C — в точке C' . Известно, что площадь треугольника ABA' на 50 %, а площадь треугольника CBC' на 25 % больше площади треугольника ABC . Биссектрисы пересекаются в точке O . Какую часть площадь треугольника AOC составляет от площади треугольника ABC ?

Ответы к вариантам

Математико-механический факультет

Ответы к варианту 1

1. Площадь квадрата равна 4 или 16.
2. $x = -1$, $x = \frac{3(1+\sqrt{5})}{2}$.
3. $\left(-\infty, \log_{\frac{3}{4}} 4\right) \cup \left(0, \log_{\frac{3}{2}} 2\right)$.
4. Высота призмы равна $\frac{4-\sqrt{2}}{7}$.
5. $n = 5$.

Ответы к варианту 2

1. Площадь квадрата равна 4 или 36.
2. $x = -1 - \sqrt{2}$, $x = \sqrt{5} - 1$.
3. $\left(-\infty, \log_{\frac{5}{6}} 3\right) \cup \left(0, \log_{\frac{3}{2}} 3\right)$.
4. Высота призмы равна $\sqrt{2} - 1$.
5. $n = 6$ или $n = 7$.

Ответы к варианту 1

1. Автомобиль встретился с 12 автобусами.
2. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$
3. $\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}, 0\right] \cup \left[1, \frac{1+\sqrt{17}}{2}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}, +\infty\right).$
4. $AB = 42.$
5. $x = 0, x = 2.$

Ответы к варианту 2

1. Автомобиль встретился с 13 автобусами.
2. $x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}.$
3. $\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, -1\right] \cup \left[0, \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}, +\infty\right).$
4. $AB = 30.$
5. $x = 1, x = 2.$

Экономический факультет
(прикладная информатика (в экономике),
математические методы в экономике)

Ответы к варианту 1

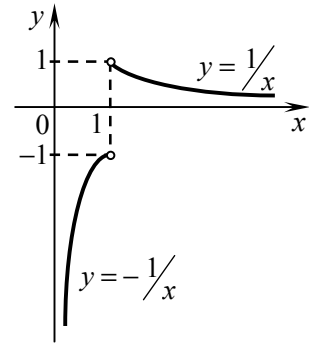
1. Через 6 часов.
2. $x = -\frac{5}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 4$.
3. Площадь равна $16(\pi + 3\sqrt{3})$.
4. $x = -\frac{2\pi}{7} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
5. Сумма расстояний равна $m \operatorname{ctg} \frac{\pi - \alpha}{4}$.

Ответы к варианту 2

1. Через 3 часа.
2. $x = -3$, $x = \frac{3}{2}$, $x = \frac{7}{2}$.
3. Площадь равна $\frac{136}{9}$.
4. $x = \frac{\pi}{10} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
5. Разность площадей равна $\pm \frac{n^2 \sin \alpha}{4}$.

Ответы к варианту 1

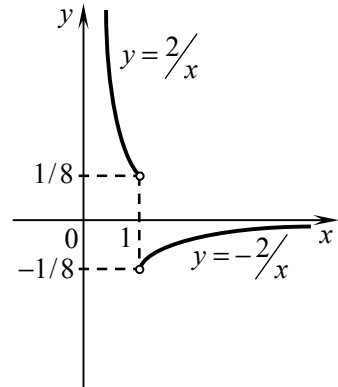
1. Игра шла на $\frac{10000(m+n)+100b(100-c)}{(100-a)(100-c)}$ досках.
2. Произведение корней равно 54.
3. См. рисунок.



4. $\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} - \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) + 2\pi k\right) \cup \left(-\frac{\pi}{4} + \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) + 2\pi k, \frac{\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}.$
5. Длина отрезка равна $\frac{1}{3}\sqrt{113}.$

Ответы к варианту 2

1. Гроссмейстер сыграл вничью $\frac{(100-a)d-100b}{10000} \cdot (100-c) - m$ партий.
2. Произведение корней равно 54.
3. См. рисунок.



4. $\left[-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\sqrt[3]{\frac{3}{4}}\right) + 2\pi k\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\sqrt[3]{\frac{3}{4}}\right) + 2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right], k \in \mathbb{Z}.$
5. Отношение площадей равно $29:7.$

Ответы к варианту 1

1. Первый член прогрессии равен $\frac{21}{2}$.
2. $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = \pi + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $[-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 0) \cup [2, +\infty)$.
4. Радиус описанной окружности равен $\frac{8}{\sqrt{7}}$.
5. $x = \frac{1}{2}$.

Ответы к варианту 2

1. Первый член прогрессии равен $\frac{40}{3}$.
2. $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = 2\pi k$, $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, 1) \cup (1, \sqrt{2}]$.
4. Радиус описанной окружности равен $\frac{7}{\sqrt{3}}$.
5. $x = \frac{1}{3}$.

Ответы к варианту 1

1. Число членов прогрессии равно 12.
2. $\{-1\} \cup \left[\frac{5}{4}, +\infty\right)$.
3. $x = -2$, $x = \sqrt{11} - 1$
4. Площадь треугольника CDK равна $\frac{13}{160} S$.
5. $a = -2\sqrt{2}$, $a = \pm 2$.

Ответы к варианту 2

1. Число членов прогрессии равно 16.
2. $\left\{-\frac{1}{2}\right\} \cup \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$.
3. $x = -\sqrt{11}$, $x = 1$
4. Площадь треугольника BCM равна $\frac{S}{26}$.
5. $a = 2\sqrt{2}$, $a = \pm 2$.

Факультет менеджмента
(государственное и муниципальное управление, маркетинг,
международный менеджмент)

Ответы к варианту 1

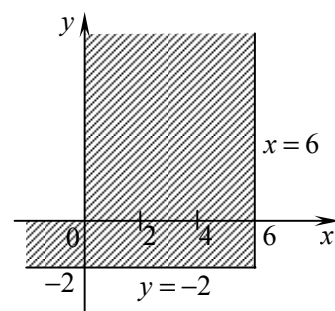
1. Автомобиль прибыл в B в 12 часов 50 минут или в 14 часов 25 минут.
2. $x = -1$, $x = \frac{5}{4}$.
3. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = -\frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{1}{2\sqrt{2}} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
4. Площадь треугольника CDK равна $\frac{13}{160} S$.
5. $\left(0, \frac{1}{2}\right] \cup [\sqrt[3]{2}, +\infty)$.

Ответы к варианту 2

1. Мотоциклист прибыл в B в 8 часов 30 минут.
2. $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{3}{2}$.
3. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
4. Площадь треугольника BCM равна $\frac{S}{26}$.
5. $\left(0, \frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup [3, +\infty)$.

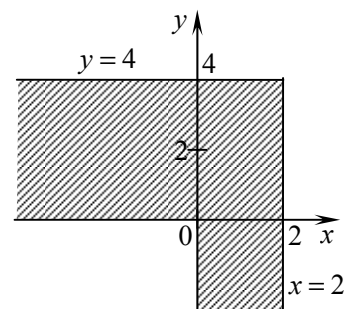
Ответы к варианту 1

1. Скорость автомобиля равна $75 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ или $150 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.
2. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $\left(0, \frac{1}{3}\right] \cup (1, 2]$.
4. Площадь треугольника ABC равна $4(\sqrt{3} + 3)$.
5. См. рис.



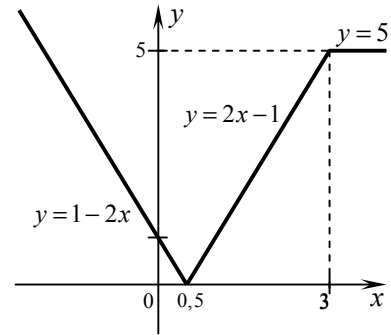
Ответы к варианту 2

1. Скорость мотоцикла равна $45 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.
2. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $\left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (1, 3]$.
4. Площадь треугольника ABC равна $2(\sqrt{2} + 1)$.
5. См. рис.



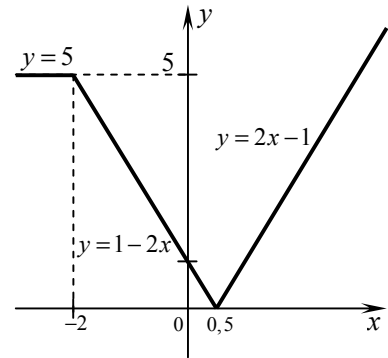
Ответы к варианту 1

1. Скорость автомобиля равна $75 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ или $150 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.
2. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $x = \frac{1}{3}$, $x = 2$.
4. Площадь треугольника ABC равна $4(\sqrt{3} + 3)$.
5. См. рис.



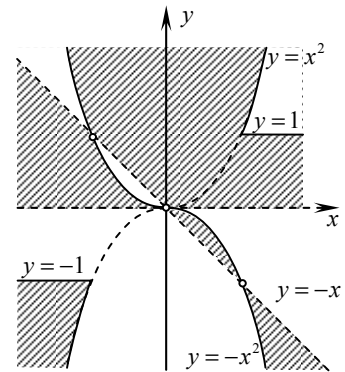
Ответы к варианту 2

1. Скорость мотоцикла равна $45 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.
2. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi k$, $x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
3. $x = \frac{1}{2}$, $x = 3$.
4. Площадь треугольника ABC равна $2(\sqrt{2} + 1)$.
5. См. рис.



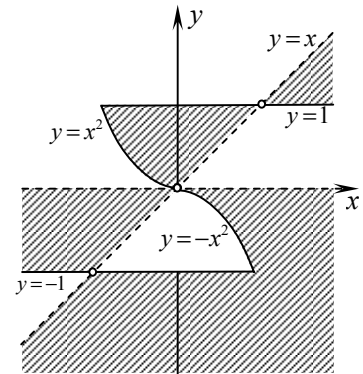
Ответы к варианту 1

- См. рис.
- $\left[\frac{\sqrt{5}-1}{2}, 1 \right)$.
- $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $x = \frac{\pi}{12} + \pi k$, $x = \frac{5\pi}{12} + \pi k$, $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $a \in \left[-1, -\frac{1}{4} \right) \cup \left\{ \frac{1}{2} \right\} \cup (2, +\infty)$.
- Радиус описанной окружности равен $\frac{20}{3}$.



Ответы к варианту 2

- См. рис.
- $\left[\frac{\sqrt{5}+1}{2}, 2 \right) \cup \left[\frac{\sqrt{5}+3}{2}, +\infty \right)$.
- $x = -\frac{\pi}{12} + \pi k$, $x = -\frac{5\pi}{12} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
- $b \in \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4} \right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty \right)$.
- Радиус описанной окружности равен $\frac{10}{3}$.



Ответы к варианту 1

1. Сумма членов прогрессии равна 10.
2. $x = \frac{1}{35}, x = 1.$
3. $x = 2\pi k, x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = \frac{7\pi}{12} + 2\pi k, x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$
4. $x = \frac{5}{3}, y = \frac{10}{3}, z = 5$ или $x = 5 \pm \sqrt{5}, y = 5 \mp \sqrt{5}, z = \pm \sqrt{5} - 15.$
5. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$

Ответы к варианту 2

1. Сумма членов прогрессии равна 5.
2. $x = \frac{1}{18}, x = 1.$
3. $x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, x = 2\pi k, x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, x = \frac{5\pi}{12} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$
4. $x = \frac{59}{18}, y = \frac{59}{10}, z = \frac{59}{2}.$
5. $\frac{4}{15}.$